



# CARACTERIZACIÓN DE UNA GESTIÓN ARGUMENTATIVA QUE PROMUEVE ARTICULADAMENTE ARGUMENTACIÓN Y MODELACIÓN EN EL AULA MATEMÁTICA DE PRIMARIA

CHARACTERIZATION OF AN ARGUMENTATIVE ORCHESTRATION THAT PROMOTES ARTICULATED ARGUMENTATION AND MODELLING IN THE ELEMENTARY MATHEMATICS CLASSROOM

**Andrés Ortiz Jiménez (\*)**

Universidad Católica de la Santísima Concepción

**Jonathan Perez Astorga**

Estudiante de Magíster en Psicopedagogía y Educación Especial

Universidad Católica de la Santísima Concepción

## Resumen

El propósito es caracterizar cómo la gestión argumentativa en el aula matemática contribuye con la promoción de la argumentación y modelación articuladamente en estudiantes de enseñanza primaria. La investigación se abordó desde el enfoque cualitativo, desarrollando un estudio de casos múltiple en el que participaron dos docentes de la región del Biobío, las que tenían desarrollo profesional docente en argumentación, a quienes se observaron y grabaron en secuencias de clases, siendo codificadas y analizadas mediante ATLAS.ti. Los resultados muestran que la gestión argumentativa contribuye con la enseñanza de la modelación principalmente en las etapas Trabajar con Matemáticas y Validar, donde predominan tres estrategias comunicativas especializadas de la argumentación: oportunidades de participación, tratamiento de los errores y preguntas deliberadas.

**Palabras clave:** Enseñanza de las matemáticas; discusión (método pedagógico); modelo matemático; razonamiento; resolución de problemas.

## Abstract

The purpose is to characterize how argumentative management in the mathematics classroom contributes to the promotion of articulated argumentation and modelling in elementary school students. The research used a qualitative approach, developing a multiple case study with the participation of two teachers from the Biobío region, who had professional development in argumentation, and whose class sequences were observed and recorded, coded and analyzed using ATLAS.ti. The results show that argumentative management contributes to the teaching of modelling mainly in the stages Work with Mathematics and Validate, where three specialized communicative strategies of argumentation predominate: opportunities for participation, dealing with errors and deliberate questions.

**Keywords:** Mathematics education; discussions (teaching method); modelling; reasoning; problem solving.

(\*) Autor para correspondencia:

Andrés Ortiz Jiménez

Universidad Católica de la Santísima  
Concepción

Alonso de Ribera 2850, casilla 297, CP  
4090541, Concepción, Chile

Correo de contacto: aortiz@ucsc.cl

©2010, Perspectiva Educacional

[Http://www.perspectivaeducacional.cl](http://www.perspectivaeducacional.cl)

RECIBIDO: 09.05.2021

ACEPTADO: 12.08.2021

DOI: 10.4151/07189729-Vol.60-Iss.3-Art.1228

## 1. Introducción

En educación matemática, diversas investigaciones centradas en argumentación colectiva señalan que argumentar en el aula ayuda a la construcción colaborativa del conocimiento, favoreciendo la reflexión, la negociación de significados, el análisis y el intercambio de puntos de vista (Conner, Singletary, Smith, Wagner & Francisco, 2014; Goizueta, 2019; Krummheuer, 2007; Ortiz & Carrero, 2018; Ortiz & Ulloa, 2019; Schwarz & Baker, 2017; Smith & Stein, 2011; Solar & Deulofeu, 2016; Solar, Goizueta & Rojas, 2017; Solar, Ortiz, Deulofeu & Ulloa, 2020; Yackel, 2002). En cuanto a la modelación, algunos autores la sitúan como base de la actividad matemática, pues en ella se da un especial énfasis al proceso seguido por los estudiantes en dichas tareas (Gómez, 2007), dando así más importancia a los procesos cognitivos que a los modelos obtenidos (Blomhøj, 2004; Blum & Borromeo-Ferri, 2009; Goizueta, Ortiz, Solar, Aravena & Cárdenas, en prensa; Maaß, 2006).

Aunque distintos estudios han mostrado la importancia de la argumentación o la modelación, son escasas las investigaciones que abordan la relación entre ambas habilidades, a pesar de que existen indicios de que podrían beneficiarse mutuamente (Brown & Redmond, 2007; Dede, 2019). Además, algunos autores señalan que existe poca investigación respecto al conocimiento docente para implementar la argumentación en el aula, como también de dificultades asociadas en ello (Ayalon, 2019; Ayalon & Hershkowitz, 2018), mientras que otros destacan la importancia de profundizar en el desarrollo articulado de la argumentación y la modelación en el aula (Dede, 2019; Solar et al., 2020).

Por lo anterior, este artículo busca contribuir en caracterizar la gestión argumentativa cuando profesores están promoviendo argumentación y modelación, es decir, cómo hacer participar a los estudiantes en la discusión de las distintas etapas del ciclo de modelación, cómo gestionar las respuestas erradas o procedimientos incorrectos, y qué tipo de preguntas hacer para que los estudiantes sigan dialogando matemáticamente cuando defienden posturas y convencen a otros utilizando y produciendo conocimiento matemático. A continuación, se presentan los elementos teóricos que permiten posteriormente interpretar los resultados.

Un primer elemento dice relación con la argumentación en el aula matemática, considerando que en educación matemática existen diferentes definiciones para ello. En esta investigación se adopta la de argumentación colectiva, la cual se produce cuando un estudiante menciona para sí mismo, o para otros, explicaciones, justificaciones para convencer a otros de cierta posición, respuesta o procedimientos (Conner et al., 2014; Goizueta & Solar, 2019; Knipping, 2008; Krummheuer, 2007; Solar et al., 2020; Yackel, 2002). En forma más precisa, “un intercambio es

argumentativo cuando las acciones de los participantes son interpretadas como una expresión de razones para establecer o discutir la validez de una cierta posición, ya sea de manera explícita o implícita” (Solar & Goizueta, en prensa).

La gestión argumentativa del aula puede entenderse como la gestión de las oportunidades y limitaciones que ofrecen el entorno, la tarea matemática y los estudiantes para propiciar la argumentación (Solar et al., 2020). En este sentido, este tipo de gestión permite al docente utilizar estrategias o acciones para incluir a todos los estudiantes en el discurso matemático (Lee, 2010). Las estrategias comunicativas que permiten apoyar la argumentación se han investigado y caracterizado en Solar y Deulofeu (2016) y Solar et al. (2020), las cuales son oportunidades de participación, gestión del error y preguntas deliberadas.

Un elemento importante de la gestión argumentativa es lo que Toulmin (2003) define como refutación. Estudios realizados en Chile (Solar & Deulofeu, 2016; Solar & Goizueta, en prensa; Solar et al., 2020) han utilizado el Modelo de Toulmin (2003) para describir interacciones de argumentación colectiva en el aula matemática, precisando la importancia de la refutación entre estudiantes en el aula. En este mismo sentido, Cervantes-Barraza, Cabañas-Sánchez y Ordoñez-Cuastumal (2017) señalan funciones de la refutación: persuadir/convencer, cambiar un contenido en las garantías y evidenciar la falta de garantías formales respecto a una conclusión. Para esta investigación, refutación se entiende como lo que “establece las condiciones en las que la garantía no consiente la inferencia de la conclusión a partir de los datos aportados” (Solar & Goizueta, en prensa).

Respecto al rol docente en la gestión argumentativa, diferentes estudios señalan el papel preponderante que tiene el profesor de Matemática respecto a la creación de oportunidades para argumentación en los estudiantes (Ayalon & Hershkowitz, 2018; Conner et al., 2014; Yackel, 2002). Al respecto, algunas investigaciones en Chile han contribuido a mostrar estrategias de enseñanza especializadas para la gestión argumentativa (Goizueta & Solar, 2019; Solar & Deulofeu, 2016; Solar et al., 2020) que han develado la importancia de promover las refutaciones entre pares, ya sea a las explicaciones, justificaciones y/o conclusiones, lo que posibilita que ellos aprendan convencer a otros y situarse en diferentes posiciones argumentativas y no solo la propia. En este sentido, entendemos que un docente promueve la argumentación cuando como mínimo hace que sus estudiantes justifiquen sus respuestas, posiciones y que refuten las de otros, aunque no necesariamente promuevan una discusión entre pares o que logren fundamentar matemáticamente las afirmaciones que realizan.

Un segundo elemento teórico es la modelación matemática, entendida como un proceso compuesto por diferentes etapas o fases, en el cual se establece una relación entre alguna idea matemática y una situación real (Blomhøj, 2004; Czocher, 2018; Maaß, 2006). Respecto al proceso de modelación, Maaß (2006) señala que “comienza con el problema del mundo real. Al simplificar, estructurar e idealizar este problema, se obtiene un modelo real. La matematización del modelo real conduce a un modelo matemático” (p. 64). Dicho proceso es cíclico, donde las reflexiones respecto al modelo llevan a poder redefinirlo (Blomhøj, 2004) y por ello obtener un modelo matemático requiere dar varias vueltas al ciclo (Anhalt, Cortez & Bennett, 2018).

En la literatura se han propuesto diversos ciclos de modelación (CMod), los cuales difieren en algunas de sus etapas (Anhalt et al., 2018; Blomhøj, 2004; Blum & Borromeo-Ferri, 2009; Hankeln, 2020; Maaß, 2006; Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos [OECD], 2019; Stender, 2017). En particular, se tomó como referencia el CMod propuesto por Maaß (2006), quien señala que, al modelar un problema, nos movemos entre la realidad y las matemáticas. Este proceso comienza con la problematización contextualizada al mundo real y está compuesto por las siguientes etapas (ver Figura 1): *Simplificar*, *Matematizar*, *Trabajar con Matemáticas*, *Interpretar* y *Validar*.

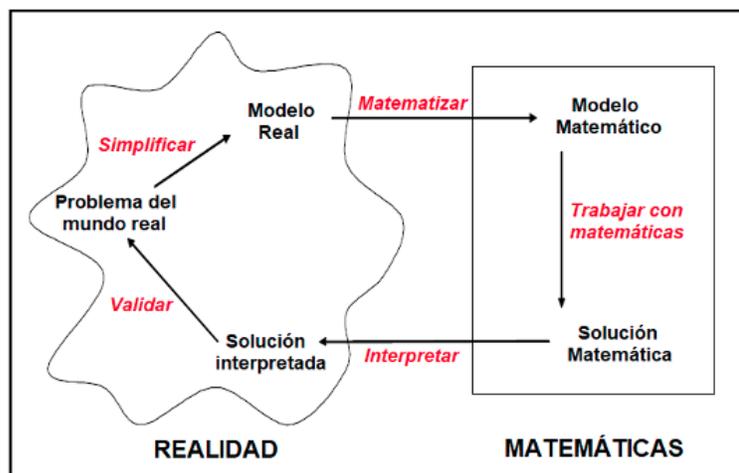


Figura 1: Ciclo de Modelación Matemática.

Fuente: Adaptado de Maaß (2006, p. 115).

A continuación, se explican cada una de las etapas del ciclo de modelación de Maaß (2006):

- ***Simplificar***, es la manipulación del problema del mundo real construyendo supuestos de diversas hipótesis, segmentando el problema o bien descartando variables no relevantes. Mediante este proceso, se puede obtener un *modelo real*.

- **Matematizar**, es la entrada al mundo matemático, que se consigue por medio de la traducción de palabras por símbolos y expresiones matemáticas. Es describir las relaciones matemáticas que interpretan el proceso, aplicando métodos matemáticos como propiedades, algoritmos que resuelven el problema en términos matemático, hasta obtener una solución matemática del problema (Anhalt et al., 2018; Gómez, 2007), lo cual se denomina formulación del *modelo matemático*.
- **Interpretar** la solución es la salida del mundo matemático, lo que se requiere es saber si el modelo formulado es el adecuado para dar respuesta al problema real. Esto permite determinar, si hay diversas soluciones, cuál es la más adecuada al problema (Aravena, 2016).
- **Validar**, corresponde a la etapa donde se evalúa el modelo con nuevos datos del dominio o proyectar nuevos datos, esto es, justificar la validez del modelo, si satisface las condiciones iniciales.

## 2. Metodología

En esta investigación, enmarcada en el enfoque cualitativo, se realizó un estudio de casos exploratorio (Yin, 2014) para comprender en profundidad los aspectos de una gestión argumentativa de profesoras que están promoviendo articuladamente la argumentación y la modelación en enseñanza primaria. Los datos presentados son parte de un proyecto más amplio con financiamiento estatal relacionado con el aprendizaje de estudiantes que están argumentando y modelando. Se realizó una observación no participante de grabaciones de tres clases a cada de una de las profesoras, Carol y Sofía (nombres ficticios). Lo antes mencionado permitió, con base en las prácticas de las docentes, comprender la manera en que apoyan argumentativamente las etapas implicadas en un ciclo de modelación matemática.

### 2.1. Participantes y contexto

Los casos que se reportan en este artículo corresponden a dos profesoras de Matemática de enseñanza primaria de la región del Biobío, las cuales fueron seleccionadas por su participación como casos de estudio en un proyecto de investigación más amplio de financiamiento estatal, en el que recibieron formación especializada para la planificación y promoción de las competencias de argumentación y modelación matemática (Solar, 2017). Es importante señalar que ambas docentes tuvieron formación continua de desarrollo profesional denominada Mejoramiento de la Experiencia Docente (MED), cuyo propósito es aumentar el conocimiento pedagógico de cómo promover argumentación en el aula (Solar et al., 2020; Solar, Ortiz & Ulloa, 2016).

Cada docente desarrolló una actividad de modelación que fue planificada e implementada, considerando la organización curricular del curso. A continuación, se presenta una breve descripción de las actividades para establecer el contexto de las grabaciones analizadas.

- Carol diseñó una actividad (ver Figura 2) donde los estudiantes de primer grado debían establecer un modelo respecto al perímetro de la entrada de un estacionamiento con murallas para que el automóvil dado por la profesora pudiese entrar, utilizando cubos conectados como recurso.

**Actividad Caso Carol**

**Construyendo un garaje.** En la casa del papá de Catalina se quiere construir un garaje para guardar un auto. Catalina quiere ayudar a su papá confeccionando una maqueta de la entrada del garaje con cubos conectados.

Con tu grupo ayuda a Catalina a construir la maqueta considerando el tamaño del auto que está en la mesa de la profesora. ¿Cuántos cubos utilizaste para construir la maqueta? Explica tu procedimiento.



**Imágenes de la secuencia de Clase Carol**



Figura 2: Actividad implementada en clase de Carol.

Fuente: Informes de proyecto Fondecyt 1180880.

- Sofía diseñó una actividad (ver Figura 3) donde los estudiantes de tercer grado debían establecer un modelo respecto al perímetro de una pasarela de autopista, utilizando cubos conectados, un auto y un bus de juguete.

**Actividad del caso de Sofía**

**Pasarela peatonal "Valle Alto".** Sobre la carretera de 4 vías, que conecta Yumbel con Concepción, por la cual solo transitan autos y camiones se construirá una nueva pasarela peatonal llamada "Valle alto". El ingeniero a cargo de la obra necesita ayuda para saber cómo construir la pasarela de tal modo que todos los autos y camiones que por ahí transitan puedan utilizar la carretera sin pasar a llevar la pasarela, utilizando la menor cantidad de material posible para su construcción.

Reúnete con tu equipo de trabajo para diseñar y construir una maqueta de la pasarela "Valle Alto" con los materiales que se les entregaron, considerando como referencias las medidas del auto y del camión que están en la mesa de tu profesora.

1. ¿Cuál es la medida de su pasarela? Expliquen cómo la determinaron.
2. Comenten sus respuestas con los otros equipos y decidan cuál de todos sus procedimientos será de mayor utilidad para el ingeniero.

**Imágenes de la secuencia de clases de Sofía**



Figura 3: Actividad implementada en clase de Sofía.

Fuente: Informes de proyecto Fondecyt 1180880.

## 2.2. Recolección y estrategia de análisis de datos

Para caracterizar la contribución de la gestión argumentativa con la promoción articulada de la argumentación y la modelación en el aula, se optó por registrar en video las actividades de modelación implementadas, las cuales se desarrollaron en tres clases cada una. Dichos registros consistieron en filmaciones realizadas con una cámara de video que seguía a las profesoras por el aula y otras dos cámaras fijas ubicadas al interior de ciertos grupos previamente designados.

Cabe señalar que todas las filmaciones utilizadas se recopilaron en el marco del proyecto Fondecyt 1180880, dentro del cual se desarrolló la presente investigación. En este sentido, se contó con la autorización de los respectivos comités de ética de las universidades participantes y con los correspondientes consentimientos informados de las profesoras y asentimientos informados de los estudiantes que aparecen en las transcripciones de los videos analizados.

El análisis de los datos se desarrolló empleando el método comparativo constante (Glaser & Strauss, 2006), para lo cual se codificaron y analizaron, simultáneamente, los datos provenientes de las clases de las dos profesoras como también los datos de los estudiantes en el proceso de modelación. Este proceso fue apoyado con el uso software ATLAS.ti lo que facilitó trabajar con grandes cantidades de datos, optimizando la velocidad del análisis y, además, permitió que el proceso de codificación y los análisis se contrastaran con otros investigadores del proyecto Fondecyt 1180880 (San Martín, 2014).

La estrategia de análisis consideró dos partes: i) analizar la *Promoción de la Argumentación* (PrAg) y su relación con *Promover la Modelación*, y ii) analizar la *Gestión de las Respuestas Incorrectas* (GeRi) y su relación con *Promover la Modelación*. En ambos casos, se comenzó con un sistema de códigos *a priori* los cuales se construyeron, como parte del proyecto Fondecyt 1180880, a partir de una revisión exhaustiva de la literatura y, además, se agregaron otros que emergieron durante la revisión de los datos.

### 2.2.1. Estrategia de análisis de Promoción de Argumentación (PrAg) y Promoción de la Modelación (PrMod)

Para realizar el análisis de la PrAg se codificaron los datos considerando que la argumentación colectiva se produce cuando un estudiante intenta convencer a otros de cierta posición, respuesta o procedimientos (Conner et al., 2014; Knipping, 2008; Krummheuer, 2007; Solar et al., 2020). Los códigos de PrAg (ver Tabla 1) se construyeron considerando la importancia de la refutación en las interacciones comunicativas de los estudiantes.

**Tabla 1**

*Códigos de Promoción de la Argumentación (PrAg)*

<b>Código</b>	<b>Descriptor</b>
Promover refutación (Ag_Re)	El docente promueve que un estudiante justifique sus respuestas/posiciones, y refute la de otros.
Promover refutación entre pares (Ag_ReP)	El docente promueve que los estudiantes justifiquen sus respuestas/posiciones, y se refuten entre ellos sin pasar por el profesor.
Promover refutación entre pares con fundamentación (Ag_RePF)	El docente promueve que los estudiantes justifiquen sus respuestas/posiciones, y se refuten entre ellos sin pasar por el profesor.  El docente promueve que los estudiantes discutan distintas respuestas y posiciones, y que fundamenten esa posición.

**Fuente:** Elaboración propia.

Los códigos de PrMod (ver Tabla 2) están contruidos a partir de las etapas del ciclo de modelación.

**Tabla 2**

*Códigos de Promover la Modelación (PrMod)*

<b>Etapas del Ciclo de Modelación</b>	<b>Código</b>	<b>Descriptor</b>
<b>Simplificar</b>	Promueve que se consideren acciones y caminos hacia una solución (Sim_AC)	El docente promueve que los estudiantes consideren acciones y caminos hacia una solución.
	Promueve la explicitación de estrategias (TrMat_EE)	El docente promueve que se expliciten las estrategias que han utilizado para construir el modelo y que se comuniquen los cálculos, los ajustes, las regularidades y los procesos que han seguido.
<b>Trabajando con la matemática</b>	Promueve que se realicen cálculos y procedimientos para encontrar una solución matemática (TrMat_CP)	El docente promueve que se realicen estimaciones, aproximaciones y cálculos, y que se utilicen propiedades, algoritmos y procedimientos con el fin de llegar a una solución matemática a la tarea.

<b>Interpretando</b>	Promueve la interpretación del modelo y/o de resultados en términos del problema real (Int_IR)	El docente promueve que los estudiantes interpreten el modelo y sus resultados y que presenten una solución en el contexto real.
<b>Validando</b>	Promueve que se evalúe el modelo/resultado comprobando pertinencia (Val_EP)	El docente promueve que los estudiantes evalúen el modelo y se expresen en relación con su pertinencia en la situación real.
	Promueve que los estudiantes reflexionen sobre la no validez de su modelo o solución y que recomienzen el ciclo (Val_RV)	El docente promueve que los estudiantes reflexionen sobre su modelo o solución para observar que este no es válido, y que se recomience el ciclo.

**Fuente:** Elaboración propia.

Posteriormente, se utilizó la herramienta de análisis de datos de ATLAS.ti llamada *Tabla de Coocurrencias* para identificar los episodios que relacionan los códigos de PrAg con PrMod. Considerando esos episodios, se realizó el análisis para determinar características de una gestión de clases que articula la promoción de ambas habilidades en el aula.

### 2.2.2. Estrategia de análisis de Gestión de Respuestas Incorrectas (GeRi) y Promoción de la Modelación (PrMod)

Para realizar el análisis de la GeRi se codificaron los datos (ver Tabla 3) considerando que gestionar el error se hace “socializando de manera colectiva los conocimientos matemáticos y no revisar en forma anticipada los errores, sino hasta después que los alumnos se han dado cuenta del error” (Solar & Deulofeu, 2016, p. 1108). Posteriormente se utilizó la *Tabla de Coocurrencias* de ATLAS.ti, para identificar los episodios que relacionan los códigos de GeRi con PrMod.

**Tabla 3**

*Códigos de Gestión de Respuestas Incorrectas (GeRi)*

<b>Código</b>	<b>Descriptor</b>
Respuestas incorrectas incorporadas sin cambiar lo planificado (Ri)	El docente no evalúa las respuestas incorrectas de los estudiantes y las incorpora a la discusión de la clase.  El docente no cambia la secuencia instruccional de la clase a partir de las respuestas incorrectas de los estudiantes.
Respuestas incorrectas incorporadas cambiando lo planificado (Ri_PL)	El docente no evalúa las respuestas incorrectas de los estudiantes y las incorpora a la discusión de la clase.  El docente cambia la secuencia instruccional de la clase a partir de las respuestas incorrectas de los estudiantes.

**Fuente:** Elaboración propia.

Los segmentos de video que presentaron coocurrencias entre códigos PrAg/PrMod y GeRi/PrMod fueron analizados en profundidad para seleccionar aquellos que por su claridad permiten evidenciar características de una gestión orientada hacia la argumentación cuando se promueve la modelación en un proceso de enseñanza. Esos segmentos de video se denominaron *Episodios de Gestión Argumentativa para Promover la Modelación*.

### 3. Resultados

A continuación, se muestran los resultados obtenidos respecto de cómo se relaciona la gestión argumentativa con la promoción de los procesos de modelación. Dichos resultados fueron organizados en torno a los casos de Carol y Sofía.

#### 3.1. Caso de Carol

##### 3.1.1. Análisis de Promoción de la Argumentación y Promoción de la Modelación

Se observa en primer término (ver Tabla 4) que la PrAg se caracteriza por promover que los estudiantes justifiquen sus respuestas y refuten las de otros, pero sin lograr que lo anterior sea entre pares ya que la docente actúa recibiendo las posturas/respuestas y los estudiantes las dialogan con ella. Carol gestionó la PrAg en las etapas Simplificar, Trabajar con la Matemática y Validar.

**Tabla 4**

*Episodios de Gestión Argumentativa para Promover la Modelación en el caso Carol*

Códigos de Promoción de la Modelación	Códigos de Promoción de la Argumentación			Códigos de Gestión de Respuestas Incorrectas	
	Ag_Re	Ag_ReP	AgRePF	Ri	Ri_PL
Sim_AC	Ep1_Clase1_Carol				
	Ep2_Clase1_Carol				
	Ep3_Clase1_Carol				
TrMat_EE				Ep6_Clase3_Carol	Ep7_Clase1_Carol
			Ep4_Clase3_Carol		Ep8_Clase2_Carol Ep9_Clase2_Carol
Val_EP	Ep5_Clase3_Carol				

**Fuente:** Elaboración propia.

En el episodio Ep1\_Clase1\_Carol (Tabla 5), se observa que la profesora dialoga con sus estudiantes respecto a cuál de las representaciones del garaje que han construido sus compañeros de grupo consideran adecuada para continuar la actividad y cuál deberían descartar: “¿Cuál vamos a eliminar ahora porque no estamos de acuerdo?”. Además, solicita a los estudiantes que justifiquen sus respuestas: “¿Y, el del Jean Paul?, ¿por qué no con el del Jean Paul?”.

**Tabla 5**

*Ep1\_Clase1\_Carol*

Carol:	¿Cuál vamos a eliminar ahora porque no estamos de acuerdo?
Harold:	El de la Doménica y el de la Sofí.
Carol:	¿Son iguales ellos?
Doménica:	¡Sí!
Carol:	¿Sí? Ya entonces, tenemos que quedarnos con uno. ¿Con cuál nos quedamos?
Harold:	Con ninguno de ellos. ¿Y, el del Jean Paul?, ¿por qué no con el del Jean Paul?
Carol:	

**Fuente:** Elaboración propia.

En este episodio, al propiciar que los estudiantes discutan de manera justificada y refuten a sus compañeros, pero no refutándose entre ellos, la docente está fomentando que los estudiantes lleguen a acuerdos respecto a qué caminos deben seguir para llegar a la solución, descartando aquellas representaciones que consideren menos pertinentes, con lo cual está promoviendo el proceso *Simplificar*.

Del mismo modo, en la Tabla 4 se observa que Carol también promovió la argumentación para gestionar las etapas de *Trabajar con Matemáticas* y *Validar* el modelo. Con respecto al proceso de *Trabajar con Matemáticas*, en el episodio Ep4\_Clase3\_Carol (ver Tabla 6), la profesora fue capaz de promover aspectos más complejos de la argumentación, al dialogar con un grupo de estudiantes sobre cuál es el número exacto de cubos que tenía la representación que cada uno de ellos dibujó, en base al modelo que habían construido como grupo. En la Tabla 6 se observa que Carol plantea: “Ahora, yo veo una diferencia entre la Doménica y tú. Mira, miremos acá”, ante lo cual emergieron distintas respuestas y posiciones: “A ver, ¿tiene nueve en cada lado?, y tú Harold ¿qué dices?”. Por otro lado, en este episodio la profesora fomenta que los estudiantes calculen y realicen procedimientos de conteo, para así fundamentar sus posiciones dentro de la discusión y, además, propiciando que discutan justificando sus posturas y refutando a sus compañeros respecto a los procedimientos matemáticos utilizados para construir el modelo, con lo cual está promoviendo *Trabajar con Matemáticas*.

**Tabla 6**

*Ep4\_Clase3\_Carol*

---

Carol:	Tú [Doménica] dibujaste: nueve, nueve, nueve [contando]. Y, tú Harold tienes nueve, siete, nueve [contando]. Ahora, yo veo una diferencia entre la Doménica y tú. Mira, miremos acá.
Harold:	¿Por qué?
Carol:	Mira, miremos acá: nueve, nueve, nueve [contando]. Y tú tienes nueve, siete, nueve.
Doménica:	Sí, porque esto tiene nueve en cada lado.
Carol:	A ver, ¿tiene nueve en cada lado?, y tú Harold ¿qué dices?
Harold:	No.
Carol:	¿Por qué no?
Harold:	Porque no debe contar esta [pieza], pues este [cubo] completa a esta [columna].
Carol:	Ya acá hay nueve, con esta es nueve... Tú [Doménica], ¿dónde dices que hay nueve?

---

**Fuente:** Elaboración propia.

Finalmente, respecto a la etapa *Validar* se observó que, en el episodio Ep5\_Clase3\_Carol (ver Tabla 7), la profesora toma el modelo del garaje construido por uno de los grupos y lo expone ante el curso, luego pregunta a sus estudiantes si consideran ellos que el garaje será el adecuado para el vehículo de juguete que utilizan como referencia. En el diálogo del episodio se observa: “Y, ¿por qué tú dices que a este le falta ser más ancho?, ¿para qué?”, ante lo cual

los estudiantes expresan sus opiniones y posturas. En la situación mencionada, la docente fomenta que los estudiantes confronten sus ideas respecto a la pertinencia del modelo en la situación real, solicitando que defiendan sus posturas justificando sus respuestas, con lo cual está promoviendo la etapa *Validar*.

### Tabla 7

*Ep5\_Clase3\_Carol*

---

Carol:	Vamos a ver este [modelo] de acá primero, este es el de la Doménica. Todos entraron, ¿hay alguno que podemos dejar fuera? ¿Hay alguno que no haya entrado?
Alumnos:	¡Noo! [al unísono].
Carol:	Todos entraron, ¿verdad?, ¿cierto? Pero, miren este. Este garaje, ¿estará súper bien para este auto?
Alumnos:	¡Sí! ¡Noo! ¡Sí! ¡Noo! [al unísono].
Carol:	¿Por qué no, Agustín?
Agustín:	Porque no es demasiado ancho.
Carol:	¿Por qué no es demasiado ancho? A ver Agustín, ven a mostrar qué es lo que falta porque yo no lo sé.
Agustín:	Anchura.
Carol:	¿Anchura? ¿Y cuál sería la anchura?
Agustín:	Más así [separando las manos].
Carol:	Más para el lado, ¿cierto? Y, ¿por qué tú dices que a este le falta ser más ancho?, ¿para qué?
Doménica:	Porque así caben y no chocan las ruedas.
Carol:	¿No chocan las ruedas?, la Doménica dice que no chocan las ruedas.

---

**Fuente:** Elaboración propia.

### 3.1.2. Análisis de Gestión de Respuestas Incorrectas (GeRi) y Promoción de la Modelación (PrMod)

En relación a la Gestión de Respuestas Incorrectas, en la Tabla 4 se observan episodios en los cuales Carol la utiliza durante la etapa de *Trabajar con la Matemáticas* y también en *Validar*. Se observa en primer término que la GeRi se caracteriza por que la docente no evalúa anticipadamente las respuestas incorrectas, sino que las incorpora durante el proceso de enseñanza a través de la discusión colectiva, llegando a modificar la agenda instruccional de la clase.

Con respecto al proceso de *Trabajar con Matemáticas*, en el episodio Ep4\_Clase3\_Carol, la profesora fue capaz de promover aspectos más complejos de la argumentación, al preguntar a un grupo de estudiantes sobre cuál es el número exacto de cubos que tenía la representación que cada uno de ellos dibujó, en base al modelo que habían construido como grupo: “Ya, ¿cómo podríamos saber? ¿Cómo pudiste tú [Harold] saber cuánto hay de un lado y del otro lado, a ver?”, ante lo cual emergieron distintas respuestas y posiciones: “A ver, ¿tiene nueve en cada lado?, y tú Harold ¿qué dices?”. Lo anterior se puede observar en el diálogo de la Tabla 8.

**Tabla 8**

*Ep7\_Clase2\_Carol*

---

Carol:	Ya, ¿cómo podríamos saber? ¿Cómo pudiste tú [Harold] saber cuánto hay de un lado y del otro lado, a ver?
Harold:	10 en cada lado... 10 en este y 10 en este. Para que sean 20.
Carol:	Doménica, ¿tú estás de acuerdo?
Doménica:	Yo conté 8 a los lados...
Carol:	Ella contó 8 a los lados [hablándole a Harold].
Harold:	Entonces contó mal...
Carol:	¿A ver?
Harold:	1,2,3,4,5,6,7,8...9 [Contando... luego hace una mueca pues cuenta solo 9]
Carol:	A ver, ¿cuánto cuentas tú a los lados?
Harold:	Yo conté 10 a cada lado, para que sean 20.
Carol:	A ver, ¿cuáles son los 10?
Harold:	Son 10 en cada lado, para que sean 20.
Carol:	Ya, Doménica, ¿estás de acuerdo con que son 10 en cada lado?
Doménica:	[Niega con la cabeza.]
Carol:	Doménica dice que no.
Doménica:	Pero... ¿este también cuenta? [Señala el bloque que une filas y columnas].
Carol:	Sí, este también cuenta.
Doménica:	Entonces serían 9, y no 10.
Carol:	Serían 9 dice la Doménica y no 10 [se dirige a Harold].
Harold:	[Mira la figura, pero no responde.]
Carol:	¿Dónde están los nueve?, a ver dile tú [Doménica].
Harold:	[Voltea la cabeza para no mirar, pues nota que se equivocó.]

---

**Fuente:** Elaboración propia.

En este sentido, al propiciar una discusión a partir del error en el conteo de los cubos, la docente promueve que los estudiantes expliciten los cálculos realizados como base para sus

justificaciones y refutaciones, de este modo está promoviendo la modelación, específicamente la etapa de *Trabajar con Matemáticas*.

### 3.2. Caso de Sofía

#### 3.2.1. Análisis de Promoción de la Argumentación (PrAg) y Promoción de la Modelación (PrMod)

Se observa en primer término (ver Tabla 9) que la PrAg se caracteriza por promover que los estudiantes justifiquen sus respuestas y refuten directamente a sus pares sin pasar necesariamente por la profesora. Carol gestionó la PrAg en las etapas *Trabajar con la Matemática* y *Validar*.

**Tabla 9**

*Episodios de Gestión Argumentativa para Promover la Modelación en el caso Sofía*

Códigos de Promoción de la Modelación	Códigos de Promoción de la Argumentación			Códigos de Gestión de Respuestas Incorrectas	
	Ag_Re	Ag_ReP	AgRePF	Ri	Ri_PL
TrMat_EE		Ep1_Clase3_Sofía Ep2_Clase3_Sofía			
Val_EP		Ep3_Clase3_Sofía		Ep6_Clase3_Sofía	
Val_RV				Ep4_Clase3_Sofía Ep5_Clase3_Sofía	

**Fuente:** Elaboración propia.

El aporte al proceso de *Interpretar* se observa en el episodio Ep1\_Clase3\_Sofía (ver Tabla 10), en el cual la profesora pregunta a los estudiantes respecto a la validez de los modelos. Dichas preguntas las plantea expresándose en términos del modelo en el mundo real: “Si pasan 4 [autos], más 1 auto serían 5 vías, ¿se puede o no?”, “¿Por qué no se puede?”. En este sentido, la docente al hacer referencia y realizar preguntas alusivas al contexto real del problema, fomenta que los estudiantes reinterpreten las nociones y relaciones matemáticas en términos de elementos y aspectos de la situación real del problema, con lo cual promueve la modelación en la etapa *Interpretar*.

**Tabla 10**

*Ep1\_Clase3\_Sofía*

Sofía:	Si pasan 4 [autos], más 1 auto serían 5 vías, ¿se puede o no?
--------	---

Verónica: No se puede.  
Sofía: ¿Por qué no se puede?  
Verónica: Porque si nos damos cuenta de que solamente pueden pasar en esas cuatro vías 2 buses y 2 autos, y los buses son más grandes que los autos. Entonces no podríamos.

---

**Fuente:** Elaboración propia.

Por otro lado, el aporte al proceso de *Validar* se produce en el episodio Ep3\_Clase3\_Sofía (ver Tabla 11), en el cual la profesora pide a los estudiantes que pasen a exponer su representación de la pasarela dibujándola en la pizarra. Luego, realiza diversas preguntas a los estudiantes de otros grupos propiciando que se posicionen a favor o en contra de la pertinencia del modelo construido: “Ahora, los compañeros dijeron que utilizaron un total de 40 piezas, ¿creen ustedes que su modelo es el adecuado para mostrárselo al ingeniero?”, “¿Por qué no? ¿Por qué creen que no es el adecuado?”. De este modo, la profesora propicia que los estudiantes evalúen la representación en términos del problema real, fomentando que discutan de manera justificada su pertinencia en relación con las características reales del problema y que refuten las posturas de sus compañeros, con lo cual promueve la modelación en la etapa de *Validar*.

### Tabla 11

#### *Ep3\_Clase3\_Sofía*

---

Sofía: Ahora, los compañeros dijeron que utilizaron un total de 40 piezas, ¿creen ustedes que su modelo es el adecuado para mostrárselo al ingeniero?  
Alumnos: ¡¡Nooo!!  
Sofía: ¿Por qué no? ¿Por qué creen que no es el adecuado?  
Camila: Porque es muy, muy angosta. Por ahí caerían [sic] solo dos buses, nada más. O dos autos, porque no caería [sic] nada más.  
Lucas: Miss, es que nosotros aquí lo dibujamos chico [en la pizarra], pero allá lo hicimos grande [referido a la representación con cubos].  
Sofía: Invita a tu compañera a que vea tu representación, muéstrale a tu compañera cómo lo hiciste.  
Lucas: [Indica con las manos, en los lugares que podrían caber 3 vehículos.]  
Camila: Está mal así, debemos pararla porque es una pasarela. Si la paramos, entonces esta parte [la parte superior] es como la carretera [del mismo ancho] y, entonces, solo cabrían dos autos o dos buses.  
Sofía: ¿Cómo lo podríamos comprobar?  
Verónica: Miss, yo igual digo que esa no sirve.  
Sofía: La Verónica igual dice que no sirve, ¿por qué no? A ver, dígales a ellos, a mí no. Esta no sirve [la maqueta] porque es muy flaca, y es muy alta.

---

- Verónica: Es que los autos no van a ir así, van a ir así [dejando pasarela botada].
- Diego: Es muy alta, con lo cual con cualquier cosa se podría caer y, si justo está
- Verónica: pasando un auto o un bus, podría morir toda la gente que vaya en ellos.  
¿Cómo puedo comprobar si es muy flaca?
- Sofía: ¿Midiendo?
- Alumnos: Ya, vayan a medir [les indica que traigan los vehículos de juguete]. El problema
- Sofía: decía cuatro vías, donde pasan buses y autos.  
Cabe un auto y un bus a cada lado [colocando los juguetes], solo caben dos.
- Camila: Acá caben otros dos [señalando el espacio que queda arriba].  
Se supone que esto después debería ir parado.
- Diego: Sipo, la miss se refiere a que deben ir dos para un lado y dos para el otro
- Verónica: [referido a los sentidos del tránsito], y no unos encima de otros.
- Camila:

---

**Fuente:** Elaboración propia.

En este episodio, la profesora orienta una discusión sobre la pertinencia de uno de los modelos construidos. Los estudiantes, por su parte, expresan argumentos para justificar sus posiciones al respecto y refutar las de sus pares. De este modo, se observa que los argumentos expresados por los alumnos conducen a que sus pares reflexionen sobre la validez del propio modelo y que redefinan su percepción del mismo.

### 3.2.2. Análisis de Gestión de Respuestas Incorrectas (GeRi) y Promoción de la Modelación (PrMod)

En relación a la Gestión de Respuestas Incorrectas, en la Tabla 9 se observan episodios en los cuales Sofía la utiliza durante la etapa de *Validar*. Se observa en primer término que la GeRi se caracteriza por que la docente no evalúa anticipadamente las respuestas incorrectas, sino que las incorpora durante el proceso de enseñanza a través de la discusión colectiva, pero sin llegar a modificar la agenda instruccional de la clase.

En el episodio Ep6\_Clase3\_Sofía (ver Tabla 12) se observa cómo la profesora solicita a los estudiantes que dibujen la representación de la pasarela que han construido con los cubos. Posteriormente, plantea una serie de preguntas a sus compañeros respecto a la pertinencia de la representación en consideración de las características o variables iniciales del problema planteado: “Ya escucharon lo que dijo Lucas, Lucas lo había cerrado y dijo que por el medio

iban a pasar los autos y los buses. ¿Puedo hacer una pasarela así?”. En este sentido, Sofía utiliza el error en la representación de los estudiantes como una instancia para que todo el curso discuta y reflexione sobre la no pertinencia del modelo planteado, con lo cual promueve la modelación en la etapa *Validar*.

**Tabla 12**

*Ep6\_Clase3\_Sofía*

---

Sofía:	Ya escucharon lo que dijo Lucas, Lucas lo había cerrado y dijo que por el medio iban a pasar los autos y los buses. ¿Puedo hacer una pasarela así?
Niños:	¡¡Nooo!!
Victoria:	No, no se puede hacer una pasarela así, porque la profesora dijo que teníamos que hacer pasar cuatro y el bus es muy ancho.
Benjamín:	Por ahí solo puede caber una moto.
Sofía:	¿Escucharon lo que dijo el Benja?, que por ahí solo puede caber una moto.

---

**Fuente:** Elaboración propia.

A partir de los análisis realizados a los casos, es posible establecer que la estrategia de ofrecer oportunidades para participar e intervenir en la discusión matemática se evidencia en acciones como cuando las docentes evitan expresar explícita o implícitamente la propia consideración sobre una respuesta o planteamiento entregado, y solicitan activamente a los estudiantes que se posicionen y expresen sus puntos de vista y opiniones sobre la matemática relacionada con la actividad desarrollada. La segunda estrategia utilizada fue gestionar las respuestas y/o procedimientos erróneos para detonar la discusión matemática. Esto se observa cuando las profesoras evitan validar las respuestas incorrectas y, en lugar de eso, promueven que sean los propios estudiantes quienes discutan y comenten la respuesta entregada. La tercera estrategia fue utilizar preguntas deliberadas que ofrezcan a los estudiantes una oportunidad para expresar sus puntos de vista y, de este modo, posibiliten la discusión. En este sentido, se observó que constantemente las profesoras realizan preguntas que mantienen la discusión abierta o el foco de ella, buscando que los estudiantes expresen y profundicen en relación a sus puntos de vista sobre la tarea matemática, posibilitando que posteriormente contrasten dicho punto de vista con el de sus compañeros.

Por otro lado, la gestión argumentativa realizada se centró en las etapas *Trabajar con Matemáticas* y *Validar*. Lo anterior se puede explicar por el hecho de que las características de ambas etapas dan mayores oportunidades para generar puntos de vistas contradictorios entre los estudiantes, y por tanto la gestión argumentativa es más factible realizarla aquí.

Finalmente, se observó que Carol y Sofía centraron su gestión argumentativa en diferentes procesos. Mientras Carol gestionó argumentativamente con mayor frecuencia las etapas iniciales del ciclo de modelación, relacionadas con el entendimiento del problema y el planteamiento del modelo matemático, Sofía enfocó su gestión argumentativa en las etapas más avanzadas del ciclo de modelación, relacionadas con la validación del modelo y su proyección a otros problemas similares.

En resumen, se pudo apreciar que ambas docentes promovieron la argumentación y la modelación utilizando una gestión argumentativa tanto para la discusión de las producciones matemáticas en la clase con estudiantes que refutan, como también para la gestión de las respuestas/procedimientos incorrectos producidos en la elaboración del modelo solicitado. Se observa también que hay diferencias entre las gestiones de las docentes, pues mientras Carol promueve que cada estudiante refute a otro por intermedio de ella, Sofía en cambio promueve que la refutación en las distintas etapas del ciclo de modelación sea entre pares, aunque ambas no logran promover que esa refutación sea con fundamentación de la posición adoptada. Otra diferencia es que Carol utiliza las estrategias comunicativas especializadas para promover la argumentación y la modelación principalmente en las etapas *Simplificar*, *Trabajar con Matemática* y *Validar* del ciclo de modelación, en cambio Sofía lo hace en las etapas de *Trabajar con Matemática* y *Validar*, sin embargo, un aspecto interesante es que ambas coinciden en estas dos últimas.

#### 4. Discusión

En los resultados de la investigación se encontró que los casos analizados tienden a utilizar las mismas estrategias para gestionar la promoción de la argumentación y modelación en forma articulada, particularmente oportunidades de participación, gestión del error y preguntas deliberadas (Solar & Deulofeu, 2016; Solar et al., 2020). Estos resultados son consistentes con los reportados en otros estudios en donde se ha utilizado el desarrollo profesional MED y que muestran acciones claves tales como oportunidades de participación, reconocer puntos de vistas divergentes, estrategias para promover la argumentación o reconocer patrones de interacción comunicativa (Goizueta & Solar, 2019; Solar & Goizueta, en prensa; Solar et al., 2020;). Complementando lo anterior, se observó en las docentes que promover la refutación es un aspecto clave para producir interacciones argumentativas (Cervantes-Barraza et al., 2017; Solar & Goizueta, en prensa), pues entre las funciones de la refutación se encuentra persuadir/convencer, cambiar un contenido en las garantías y evidenciar la falta de garantías formales respecto a una conclusión.

Los resultados respecto a la gestión de respuestas incorrectas realizada por Carol y Sofía son coherentes con Smith y Stein (2011) al señalar que, para lograr discusiones matemáticas más exitosas, el docente debe priorizar que se discuta sobre respuestas erróneas, de modo que los estudiantes puedan aclarar sus comprensiones erradas antes de proseguir con la actividad. Por otro lado, Solar y Deulofeu (2016) también consideran que gestionar el error en las respuestas y/o procedimientos es una de las claves para desencadenar la argumentación. En este mismo sentido, el uso adecuado de las preguntas deliberadas en la gestión argumentativa permite a los docentes monitorear el pensamiento matemático de los estudiantes respecto a la actividad y, en consecuencia, tomar decisiones, por ello es clave para desarrollar discusiones matemáticas productivas (Smith & Stein, 2011; Solar & Deulofeu, 2016).

Por otro lado, también se encontró que ambas profesoras enfatizaron su gestión argumentativa en diferentes etapas del ciclo de modelación. Mientras que Carla centró su gestión argumentativa en etapas iniciales que consideran el tránsito hacia el mundo matemático (*Simplificar* y *Trabajar con Matemáticas*, principalmente), Sofía centró su gestión argumentativa en las etapas que consideran el tránsito de salida del mundo matemático (*Interpretar* y *Validar*, principalmente). Dicha situación podría ser explicada por las características particulares de los estudiantes y los objetivos considerados por las profesoras, puesto que las actividades son similares entre sí. De este modo, puede que en el caso de Carol, al desarrollar la actividad en un primer año de primaria, la profesora se centrara deliberadamente en que los estudiantes comprendieran bien el problema y logran construir un modelo matemático. Por otra parte, en el caso de Sofía, al desarrollar la actividad en un tercer año, puede ser que estos procesos no requiriesen de mayor orientación, en cambio, sí debió gestionar intencionadamente la validación de los modelos construidos. Este resultado sigue la línea de lo expresado por Maaß (2006) y Dede (2019), quienes señalan que el proceso de modelación está directamente relacionado con las habilidades cognitivas del estudiante y, en este sentido, alumnos de primer año podrían requerir apoyo especial para definir variables y realizar cálculos, mientras que estudiantes de mayor edad presentarían dificultades en procesos un poco más abstractos.

Finalmente, los procesos del ciclo de modelación que recibieron más gestión argumentativa fueron *Trabajar con Matemáticas* y *Validar*. Una explicación es que promover la modelación articuladamente con la argumentación, haciendo uso de una gestión argumentativa en dichos procesos, supone el solicitar a los estudiantes que se posicionen respecto al procedimiento utilizado para realizar los cálculos matemáticos o respecto a la pertinencia del modelo, de este modo, conformarían un contexto más que propicio para que confronten sus distintos puntos de vista. Lo sucedido en las aulas de las profesoras Carol y Sofía es coherente con lo señalado por

Krummheuer (2007) cuando plantea que discutir y argumentar en el aula crea un contexto favorable para el desarrollo del razonamiento crítico, reflexivo y para la construcción social de significados.

## 5. Conclusión

Este estudio permitió caracterizar una gestión de clases que promueve de manera articulada las habilidades de argumentación y modelación, en estudiantes de primaria. Específicamente, hemos observado que lo anterior se logra cuando se utilizan distintas estrategias comunicativas (Lee, 2010; Solar & Deulofeu, 2016), específicamente oportunidades de participación y gestión del error. Además, se puede observar que la gestión argumentativa incide con mayor preponderancia en las etapas *Simplificar*, *Trabajar con Matemáticas* y *Validar* del ciclo de modelación. A partir de los casos estudiados, podemos reportar las siguientes características de una gestión argumentativa en el aula de enseñanza primaria:

- a) Ofrece oportunidades para promover la refutación, lo cual contribuye a que los estudiantes de primaria puedan avanzar hasta las últimas etapas de ciclo de modelación.
- b) Ofrece activamente oportunidades de participación a todos los estudiantes, evitando evaluar anticipadamente las respuestas incorrectas, antes de socializarlas con los pares, respecto a los distintos procedimientos/respuestas en *Trabajando con la Matemática* o al *Validar* los modelos producidos por los estudiantes.
- c) Las situaciones de modelación al ser gestionadas argumentativamente promueven que los estudiantes justifiquen sus propios planteamientos, así como los de otros- Además, permite que refuten las distintas respuestas o posiciones de sus pares, sobre todo cuando se está en presencia de respuestas incorrectas o modelos menos precisos que otros.
- d) En las etapas *Trabajar con la Matemática* y *Validar* del ciclo de modelación, hay mayores oportunidades de gestionar el error como instancia de aprendizaje.
- e) La utilización de preguntas deliberadas por parte de las docentes, de modo que los estudiantes se sientan desafiados, les permite conocer el razonamiento de los estudiantes respecto a la actividad. Lo anterior se hace presente en todas las etapas reportadas del ciclo de modelación.

Este estudio tiene implicancias importantes para cualquier programa formativo de profesores de Matemática con foco en el aprendizaje de los estudiantes, ya que muestra características de una gestión de clases que promueve habilidades tales como: argumentar, comunicar y modelar, que en Chile son transversales desde la enseñanza primaria a la secundaria.

Una limitación al respecto, pero que a su vez también puede ser una oportunidad, es que solo son dos casos reportados, pero podrían hacerse más estudios de casos, los que se podrían seleccionar a partir de cursos de desarrollo profesional docente centrados en gestión de modelación articulada con gestión de argumentación y, con ello, tener una bidireccionalidad en la vinculación con el medio entre las universidades que forman profesores y aulas de establecimientos educacionales donde se podrían implementar tareas matemáticas de modelación. Así entonces, podría investigarse el rol de la tarea matemática de modelación y argumentación o qué aspectos del conocimiento matemático para enseñar inciden de manera preponderante en la gestión de las habilidades mencionadas.

## 6. Referencias

- Anhalt, C. O., Cortez, R., & Bennett, A. B. (2018). The Emergence of Mathematical Modeling Competencies: An Investigation of Prospective Secondary Mathematics Teachers. *Mathematical Thinking and Learning, 20*(3), 202-221. doi: 10.1080/10986065.2018.1474532
- Aravena, M. (2016). La modelación matemática en Chile (2016). En J. Arrieta & L. Diaz (Eds.), *Investigaciones Latinoamericanas en Modelación Matemática Educativa* (pp. 195-234). Barcelona: Gedisa.
- Ayalon, M. (2019). Exploring changes in mathematics teachers' envisioning of potential argumentation situations in the classroom. *Teaching and Teacher Education, 85*, 190-203. doi: 10.1016/j.tate.2019.06.019
- Ayalon, M., & Hershkowitz, R. (2018). Mathematics teachers' attention to potential classroom situations of argumentation. *The Journal of Mathematical Behavior, 49*, 163-173. doi: 10.1016/j.jmathb.2017.11.010
- Blomhøj, M. (2004). Mathematical modelling: a theory for practice. En B. Clarke, D. M. Clarke, G. Emanuelsson, B. Johansson, D. V. Lester, A. Wallby & K. Wallby (Eds.), *International Perspectives on Learning and Teaching Mathematics* (pp. 145-159). Göteborg: National Center for Mathematics Education.
- Blum, W., & Borromeo-Ferri, R. (2009). Mathematical modelling: Can it be taught and learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application, 1*(1), 45-58. Recuperado desde <https://proxy.furb.br/ojs/index.php/modelling/article/view/1620/1087>
- Brown, R., & Redmond, T. (2007). Collective argumentation and modelling mathematics practices outside the classroom. En J. Watson & K. Beswick (Eds.), *Mathematics: Essential Research: Essential Practice* (pp. 163-171). Adelaide: MERGA.
- Cervantes-Barraza, J., Cabañas-Sánchez, G., & Ordoñez-Cuastumal, J. S. (2017). El Poder Persuasivo de la Refutación en Argumentaciones Colectivas. *Bolema: Boletim de Educação Matemática, 31*(59), 861-879. doi: 10.1590/1980-4415v31n59a01

- Conner, A., Singletary, L. M., Smith, R. C., Wagner, P. A., & Francisco, R. T. (2014). Teacher support for collective argumentation: A framework for examining how teachers support students' engagement in mathematical activities. *Educational Studies in Mathematics*, 86(3), 401-429. doi: 10.1007/s10649-014-9532-8
- Czocher, J. A. (2018). How does validating activity contribute to the modeling process? *Educational Studies in Mathematics*, 99(2), 137-159. doi: 10.1007/s10649-018-9833-4
- Dede, A. (2019). Arguments constructed within the mathematical modelling cycle. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 50(2), 1-23. doi: 10.1080/0020739x.2018.1501825
- Glaser, B., & Strauss, A. (2006). *The discovery of grounded theory: Strategies for qualitative research*. New Jersey: Aldine Transaction.
- Goizueta, M. (2019). Epistemic issues in classroom mathematical activity: There is more to students' conversations than meets the teacher's ear. *The Journal of Mathematical Behavior*, 55. doi: 10.1016/j.jmathb.2019.01.007
- Goizueta, M., & Solar, H. (2019). Relaciones entre la argumentación en el aula de matemáticas y la mirada profesional del profesor. En R. Olfos, E. Ramos, & D. Zakaryan (Eds.), *Aportes a la práctica docente desde la didáctica de la matemática* (pp. 241-280). Barcelona, España: Graó.
- Goizueta, M., Ortiz, A., Solar, H., Aravena, M. & Cárdenas, L. (en prensa). Reflexiones en torno a una propuesta de formación continua enfocada en modelación matemática y gestión de la argumentación en el aula. En C. Guerrero, E. Ramos & A. Morales (Eds.), *Modelación Matemática: Aportes a la práctica docente desde la didáctica de la matemática*. Barcelona, España: Graó.
- Gómez, J. (2007). *La matemática reflejo de la realidad: La modelización matemática como herramienta para la enseñanza/aprendizaje de las matemáticas*. Badajoz: FESPM.

- Hankeln, C. (2020). Mathematical modeling in Germany and France: a comparison of students' modeling processes. *Educational Studies in Mathematics*, 103, 209-229. doi: 10.1007/s10649-019-09931-5
- Knipping, C. (2008). A method for revealing structures of argumentations in classroom proving processes. *ZDM*, 40(3), 427-441. doi: 10.1007/s11858-008-0095-y
- Krummheuer, G. (2007). Argumentation and participation in the primary mathematics classroom: Two episodes and related theoretical abductions. *The Journal of Mathematical Behavior*, 26(1), 60-82. doi: 10.1016/j.jmathb.2007.02.001
- Lee, C. (2010). *El lenguaje en el aprendizaje de las matemáticas*. Madrid: Morata.
- Maaß, K. (2006). What are modelling competencies? *ZDM*, 38(2), 113-42. doi: 10.1007/BF02655885.
- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos. (2019). *PISA 2018 Assessment and Analytical Framework*. París: OECD Publishing. doi: 10.1787/b25efab8-en
- San Martín, D. (2014). Teoría fundamentada y Atlas.ti: recursos metodológicos para la investigación educativa. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 16(1), 104-122. Recuperado desde <https://redie.uabc.mx/redie/article/view/727/891>
- Ortiz, A., & Carreño, C. (2018). Condiciones que promueven la habilidad de argumentar en el aula matemática de una escuela municipal en Chile. *Unión: revista iberoamericana de educación matemática*, 54, 61-77.
- Ortiz, A., & Ulloa, R. (2019). Promover la argumentación sobre las regularidades en la multiplicación por cero y uno. *Uno: Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 5, 13-20.
- Schwarz, B. B., & Baker, M. J. (2017). *Dialogue, Argumentation and Education: History, theory and practice*. New York: Cambridge University Press.
- Smith, M. S., & Stein, M. K. (2011). *5 practices for orchestrating productive mathematics discussions*. Reston: National Council of Teachers of Mathematics.
- Solar, H. (2017). Modelo de formación continua para profesores de matemática en el desarrollo de las competencias matemáticas de argumentar y comunicar. En L. Pino-Fan, A.

- Poblete & V. Díaz (Eds.), *Perspectivas de la investigación sobre la formación de profesores de matemática en Chile* (pp. 107-132). Osorno: Cuadernos de Sofia.
- Solar, H., & Deulofeu, J. (2016). Condiciones para promover el desarrollo de la competencia de argumentación en el aula de matemáticas. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 30(56), 1092-1112. doi: 10.1590/1980-4415v30n56a13
- Solar, H., Goizueta, M., & Rojas, F. (2017). La argumentación en el aula de matemáticas. *Uno: Revista de didáctica de las matemáticas*, 78, 49-56.
- Solar, H., & Goizueta, M. (en prensa). Emergencia de patrones de interacción al promover la argumentación en el aula de matemáticas. *Educación Matemática*.
- Solar, H., Ortiz, A., Deulofeu, J., & Ulloa, R. (2020). Teacher support for argumentation and the incorporation of contingencies in mathematics classrooms. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 1-29. doi: 10.1080/0020739x.2020.1733686.
- Solar, H., Ortiz, A., & Ulloa, R. (2016). MED: Modelo de formación continua para profesionales de matemática, basado en la experiencia. *Estudios Pedagógicos*, 42(4), 281-298. doi: 10.4067/S0718-07052016000500016
- Stender, P. (2017). The use of heuristic strategies in modelling activities. *ZDM*, 50, 315-326. doi: 10.1007/s11858-017-0901-5
- Toulmin, S. E. (2003). *The Uses of Argument*. Cambridge, Reino Unido: Cambridge University Press.
- Yackel, E. (2002). What we can learn from analyzing the teacher's role in collective argumentation. *The Journal of Mathematical Behavior*, 21(4), 423-440. doi: 10.1016/s0732-3123(02)00143-8
- Yin, R. (2014). *Case study research: design and methods*. Los Ángeles, CA: Sage Publications.