

# APLICACIÓN DE INDICADORES DE IDONEIDAD AFECTIVA EN UN PROCESO DE ENSEÑANZA DE PROBABILIDAD EN EDUCACIÓN SECUNDARIA

---

APPLYING AFFECTIVE SUITABILITY INDICATORS TO A TEACHING PROCESS ON PROBABILITY IN SECONDARY EDUCATION

Pablo Beltrán-Pellicer (\*)  
*Universidad de Zaragoza*  
Juan D. Godino  
*Universidad de Granada*

## Resumen

---

La reflexión docente es una herramienta fundamental de la innovación didáctica. En este artículo se describe y analiza una experiencia reflexiva sobre la idoneidad afectiva de un proceso de estudio sobre probabilidad en educación secundaria, con el objetivo de mostrar su utilidad para identificar mejoras y explicar fenómenos didácticos que tienen lugar en la implementación. El método empleado es de carácter cualitativo, descriptivo e interpretativo, basado en la aplicación de indicadores de idoneidad afectiva para valorar el grado de adecuación a los condicionantes del contexto y para identificar hechos didácticos significativos. Como resultado se ofrece una guía de aplicación de los indicadores de idoneidad afectiva en un proceso de estudio concreto de probabilidad. Finalmente, en las conclusiones, tras establecer las mejoras que pueden realizarse en el proceso que se ha considerado, se señala la pertinencia de este tipo de análisis reflexivo como herramienta de innovación docente.

**Palabras clave:** enseñanza de las matemáticas, enseñanza secundaria, formación de docentes, innovación educativa, afectividad.

## Abstract

---

Teacher reflection is a key instrument for educational innovation. This paper describes and analyses a reflexive experience on the affective suitability of a probability study process in secondary education. The objective of the research is to show the application of affective suitability indicators within a teaching experience, and how they are used to guide the teachers' reflection and to identify improvements and to explain didactical phenomena. The methodology is qualitative, descriptive and interpretative, based on the application of affective suitability indicators to evaluate the level of adequacy to the context conditions and to identify significant didactical facts. The result is an application guide of affective suitability indicators to a study process of probability. Finally, after establishing the improvements to be implemented, the conclusions show the pertinence of this kind of reflective analysis as an instrument for teachers' innovation.

---

**(\*)Autor para correspondencia:**

Pablo Beltrán-Pellicer  
Universidad de Zaragoza.  
Facultad de Educación.  
Departamento de Matemáticas.  
Pedro Cerbuna, 12, Zaragoza, España.  
Correo de contacto: pbeltran@unizar.es

---

©2010, Perspectiva Educativa  
<http://www.perspectivaeducacional.cl>

---

RECIBIDO: 2 de noviembre de 2016  
ACEPTADO: 5 de junio de 2017  
DOI: 10.4151/07189729-Vol.56-Iss.2-Art.559

**Keywords:** mathematics education, secondary education, teachers' education, educational innovations, emotions.

## 1. INTRODUCCIÓN

La Teoría de la Idoneidad Didáctica (TID) (Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi, 2006; Godino, 2013) constituye una herramienta teórica con la que se pretende apoyar la labor docente de los profesores. Forma parte del Enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemáticos (EOS) (Godino y Batanero, 1994; Godino, Batanero y Font, 2007), marco teórico inclusivo que proporciona herramientas para el análisis didáctico de procesos de instrucción matemática en las fases de diseño, implementación y evaluación de dichos procesos. En este marco teórico se incluye la afectividad como una faceta o dimensión clave, la cual interviene en interacción, no solo con la faceta cognitiva, sino también con las restantes facetas que el EOS considera esenciales en el análisis de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Es decir, con las dimensiones epistémica, ecológica, interaccional y mediacional.

La noción de idoneidad didáctica fija la atención en el grado de adecuación del proceso de estudio para el logro de los objetivos de aprendizaje pretendidos, teniendo en cuenta las circunstancias contextuales en que tal proceso se desarrolla. Las facetas, componentes e indicadores de idoneidad propuestos en la TID (Godino, 2013) se introducen como una herramienta útil para la investigación didáctica, y también para apoyar la reflexión sistemática del profesor sobre su propia práctica. Esta herramienta teórica aporta criterios que pueden facilitar el reconocimiento de las “buenas prácticas” educativas (Escudero, 2009), tanto a nivel local de las prácticas de aula como a nivel global de programas de estudio y formación de profesores.

En este trabajo centramos la atención en el análisis de la trayectoria afectiva de un proceso de estudio de nociones probabilísticas en educación secundaria, aplicando en particular la noción de idoneidad afectiva.

Para el análisis de los procesos de estudio matemáticos, en el EOS se ha introducido la noción de configuración didáctica, entendida como el segmento de actividad didáctica (acciones del profesor y estudiantes mediadas por el uso de recursos específicos en un contexto fijado) que acontece en la resolución de un problema o tarea matemática. En una configuración se distinguen las subconfiguraciones epistémica-ecológica (conocimientos institucionales), instruccional (interacciones y recursos), cognitiva-afectiva (conocimientos personales y afectos). El proceso de estudio de un tema específico, por ejemplo, probabilidad en tercer curso de secundaria, se modeliza mediante la secuencia de configuraciones didácticas (trayectoria didáctica) que tienen lugar para abordar la resolución de los problemas

o tareas seleccionadas. El análisis didáctico global del proceso requiere fijar la atención en las subtrayectorias epistémica-ecológica, instruccional y cognitiva-afectiva, así como en las interacciones que tienen lugar entre las mismas. Un ejemplo de análisis de este tipo se ha realizado en Godino, Rivas, Arteaga, Lasa y Wilhelmi (2014), aunque en dicho trabajo no se abordó de manera explícita el análisis de la dimensión afectiva. El principal objetivo de este artículo es desarrollar un método para el análisis de la dimensión afectiva de los procesos de estudio matemático y su uso como herramienta para la reflexión del profesor sobre el papel que juega la afectividad en el aprendizaje matemático.

## 2. MARCO TEÓRICO

Se trata de mostrar la aplicación de los indicadores de idoneidad afectiva en un proceso de enseñanza-aprendizaje de la probabilidad en educación secundaria, con el objetivo de evaluar el grado de adecuación en esta faceta.

### 2.1. Teoría de la Idoneidad Didáctica

La idoneidad didáctica de un proceso de instrucción se define como el grado en que dicho proceso (o una parte) reúne ciertas características que permiten calificarlo como idóneo (óptimo o adecuado) para conseguir la adaptación entre los significados personales logrados por los estudiantes (aprendizaje) y los significados institucionales pretendidos o implementados (enseñanza), teniendo en cuenta las circunstancias y recursos disponibles (entorno). Esto supone la articulación coherente y sistémica de seis facetas o dimensiones (Godino, Batanero y Font, 2007):

- Idoneidad epistémica: se refiere al grado de representatividad e interconexión de los significados institucionales implementados (o pretendidos), respecto de un significado de referencia.
- Idoneidad ecológica, grado en que el proceso de estudio se ajusta al proyecto educativo del centro, la escuela y la sociedad y a los condicionamientos del entorno en que se desarrolla.
- Idoneidad cognitiva: grado en que los significados pretendidos e implementados estén en la zona de desarrollo potencial de los alumnos, así como la proximidad de los significados personales logrados a los significados pretendidos/implementados.

- Idoneidad afectiva: grado de implicación (intereses, emociones, actitudes y creencias) del alumnado en el proceso de estudio.
- Idoneidad interaccional: grado en que las configuraciones didácticas y el discurso en la clase permiten, por una parte, identificar conflictos semióticos potenciales (que se puedan detectar a priori), y por otra parte permitan resolver los conflictos que se producen durante el proceso de instrucción.

## 2.2. Indicadores de la idoneidad afectiva

Un indicador de idoneidad es una heurística que tiene en cuenta las restricciones propias del contexto y de la faceta correspondiente. La aplicación de los indicadores permite valorar el grado de adecuación del proceso de enseñanza-aprendizaje, guiando la reflexión del docente de forma que, además, puede ser compartida con otros colegas en un marco común. La expresión genérica de estos indicadores adquiere la siguiente forma o modelo: “El proceso de estudio, en las circunstancias contextuales fijadas, debería tener en cuenta (...) para que se pueda afirmar que tiene una idoneidad didáctica alta”.

La pertinencia de considerar el dominio afectivo se justifica por su relación con el dominio cognitivo, con el que parece fuertemente relacionado, formando un sistema difícilmente separable (Hannula, Gómez-Chacón, Philippou y Schlöglmann, 2005). Resultado de ello es la influencia de emociones, actitudes y creencias en la resolución de problemas (Blanco, Guerrero y Caballero, 2013; Cárdenas, Blanco, Gómez del Amo y Álvarez, 2013).

El dominio afectivo es objeto de estudio de diferentes disciplinas académicas, siendo lo suficientemente complejo como para que se hayan elaborado diversas teorías acerca de su naturaleza. En el presente trabajo utilizaremos la división en emociones, actitudes y creencias propuesta por McLeod (1988). Las emociones surgen como respuesta afectiva de alta intensidad ante sucesos internos o externos (Gil, Blanco y Guerrero, 2005; Gómez-Chacón, 2000a), describiéndose en términos de sentimientos como el miedo, el gozo, el amor, el odio, el asco, etc. Cuando se proponen situaciones que deben ser resueltas por el alumnado, las emociones ayudan a que fluya o se inhiba el pensamiento del resolutor, haciendo posible el deseo por perseverar en la tarea propuesta. Así mismo, estas experiencias extienden y recrean el sistema de creencias, generando unas actitudes hacia este tipo de tareas matemáticas.

Por otra parte, las actitudes siempre se han considerado como un indicador importante del aprendizaje de las matemáticas. Se ponen de manifiesto en la manera en que los alumnos

abordan las tareas matemáticas, si reflejan interés, son perseverantes, tienen confianza en los pasos que siguen, etc. (Gómez-Chacón, 2000b), distinguiéndose entre actitudes hacia las matemáticas y actitudes matemáticas.

Finalmente, las creencias (Leder, Pehkonen y Törner, 2006) son un tipo de conocimiento que surge de la valoración subjetiva hecha a actividades y procesos matemáticos. Son estables, aunque pueden evolucionar gracias a las experiencias que las logran desestabilizar (Callejo y Vila, 2003). Las creencias no pueden considerarse aisladamente, sino que forman una red organizada, ocasionando que dos personas que comparten un par de creencias, pero no la totalidad del sistema, aborden las tareas de manera diferente (Gil et al., 2005). A este respecto, las creencias en educación matemática se han categorizado según su naturaleza: las matemáticas como ciencia, las matemáticas escolares enfocadas a lo que se enseña o se aprende y el autoconcepto o la autopercepción como resolutor de problemas o como estudiante (Gil et al., 2005).

Las creencias estimulan e inducen a comportamientos y actitudes, radicando aquí el interés en su estudio. Callejo y Vila (2003) señalan que diversas investigaciones sobre resolución de problemas han mostrado que creencias comunes hacia las matemáticas pueden incitar a comportamientos más adecuados para realizar tareas mecánicas y rutinarias, en lugar de para realizar actividades complejas, en las que el camino no es tan claro y se requiere el uso de estrategias heurísticas.

Las emociones, actitudes y creencias se encuentran interrelacionadas de manera cíclica (Gómez-Chacón, 2000a). Pese a ello, se considera que las experiencias que viven los alumnos al resolver problemas generan en ellos diferentes reacciones emocionales. Estas reacciones son el punto de partida del nacimiento de las creencias hacia las matemáticas, su enseñanza-aprendizaje, la resolución de problemas y la autopercepción del alumnado. Las creencias, a su vez, forjan diferentes comportamientos y actitudes (Blanco, 1992). En otras palabras, las emociones son un primer filtro que puede generar actitudes positivas o negativas. Así mismo, recrean el sistema de creencias que tiene el sujeto ante la resolución de problemas, reforzándolo o modificándolo, siendo esta una razón más por la que consideramos fundamental la consideración del aspecto emocional en el aula. Para ello, se requiere poner a disposición del profesorado una herramienta que se integre de forma natural en las secuencias de aula, y que permita monitorizar las emociones que se despiertan en el alumnado al resolver problemas.

Finalmente, Godino et al. (2006) señalan el impacto que tiene el plano afectivo en la asun-

ción de la responsabilidad en el propio proceso de aprendizaje. Es decir, los alumnos estarán interesados y predispuestos a resolver las tareas propuestas en la medida en que despierten emociones positivas o se fomenten actitudes propias de la actividad matemática.

La Tabla 1 supone una revisión de los indicadores propuestos por Godino (2013), al considerar de forma explícita las creencias de los estudiantes. Además, se señala la conveniencia de reservar momentos donde manifestar los estados afectivos ante las situaciones y tareas propuestas. Así mismo, al tratarse de un proceso de estudio de la probabilidad, se ha adaptado el indicador de las creencias al mencionar que el aprendizaje debe ser gradual (Godino, Batanero y Cañizares, 1988), a partir de las creencias sobre las situaciones aleatorias, en la línea de las orientaciones curriculares (Batanero, Arteaga y Gea, 2011).

Tabla 1

*Indicadores de la idoneidad afectiva.*

Componentes	Indicadores
Intereses y necesidades	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) Se construyen tareas que tienen interés para los alumnos.</li> <li>2) Se proponen situaciones que permitan valorar la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana y profesional.</li> </ol>
Emociones	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) Se planifican momentos en los que se manifiestan las emociones ante las situaciones propuestas.</li> <li>2) Se promueve la autoestima, evitando el rechazo, fobia, miedo a las matemáticas.</li> <li>3) Se resaltan las cualidades de estética y precisión de las matemáticas.</li> </ol>
Actitudes	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) Se relacionan las emociones positivas con las actitudes matemáticas y con la resolución exitosa de tareas, fomentando la reflexión emocional del alumnado en este sentido.</li> <li>2) Se promueve la participación en las actividades, la perseverancia, responsabilidad, etc.</li> <li>3) Se favorece la argumentación en situaciones de igualdad; el argumento se valora en sí mismo y no por quién lo dice.</li> </ol>
Creencias	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) El proceso de enseñanza-aprendizaje se construye de forma gradual a partir de las creencias de los estudiantes hacia las situaciones aleatorias, las cuales se manifiestan por medio de sus intuiciones primarias.</li> </ol>

### 3. METODOLOGÍA

La metodología empleada es cualitativa, de carácter naturalista e interpretativo (Hernández, Fernández y Baptista, 2010; Kelly, Lesh y Baek, 2008), basada en la identificación de hechos didácticos significativos (HDS) (Godino et al., 2014; Rivas y Godino, 2015) y en donde el primer autor actúa como profesor-investigador. La selección de la muestra fue intencional, atendiendo a la disposición del centro escolar y de la disponibilidad del primer autor, que también actúa como profesor en esta experiencia.

#### 3.1. Descripción de la muestra

La experiencia se desarrolló en un Instituto de Educación Pública (IES) del medio semirural aragonés (España) que atiende en total a 600 alumnos. En cuanto al grupo que nos ocupa, está formado por 18 alumnos, de los que 14 son chicas. La mitad de ellos son de nacionalidad española, mientras que la otra mitad son inmigrantes o hijos de inmigrantes, pero plenamente integrados y con un conocimiento perfecto del idioma español. Se da la excepción de una alumna, que se incorporó una vez comenzado el curso escolar, que apenas conoce el idioma, pero que asiste a las clases de Matemáticas y se le proporciona algo de material en inglés, lengua con la que se desenvuelve mejor. Con el objetivo de proteger la identidad de los alumnos, para referirnos a ellos lo haremos por medio de los siguientes códigos: A1, A2, y así sucesivamente, hasta llegar al alumno A18.

El estudio se enfoca sobre la unidad didáctica de probabilidad. En la programación didáctica del departamento se recogen los contenidos de acuerdo con la normativa y se relacionan con los criterios de evaluación, señalando además los mínimos exigibles. Por otro lado, en la programación se incluye la referencia del libro de texto (Colera, García, Gaztelu y Oliveira, 2007), que servirá como base para el desarrollo de todo lo anterior. Dicho libro se complementa con las actividades y contenidos a discreción del profesor.

Los contenidos de probabilidad se tratan en la última unidad del libro de texto, y así se establece en la programación didáctica del centro. No obstante, en coordinación con el resto de profesores de matemáticas, se aprobó tratar el bloque de probabilidad y estadística antes que el de geometría y el de funciones.

### 3.2. Instrumentos de recogida y análisis de datos

La recogida de datos se fundamenta en la observación participante de las sesiones de clase, mediante el empleo de un registro sistemático por el profesor-investigador. Dicho registro se elabora durante las propias sesiones de clase, anotando el hito temporal (en minutos y segundos referidos al inicio de la clase) junto a una indicación del hecho didáctico observado. Los datos así obtenidos, junto con las producciones de los alumnos y la prueba escrita, se utilizan para valorar la idoneidad de todas las facetas del proceso de enseñanza.

Además, para la evaluación de la componente afectiva se hace uso de un instrumento conocido como mapa de humor de los problemas (Gómez-Chacón, 2000a), que consiste en una serie de pictogramas que el alumno dibuja o señala mientras está resolviendo un problema. Dicho instrumento ya ha sido empleado por los autores en otros trabajos en torno a la idoneidad afectiva (Beltrán-Pellicer, 2015). En esta ocasión, se ha empleado la tabla que se muestra en la Figura 1, donde se listan 14 estados emocionales que el alumno puede marcar con una cruz, indicando además si fue satisfactoria la solución dada (bien, mal o regular) y si sintió dicha emoción nada más leer el enunciado de la tarea (principio), durante la resolución (durante) o al terminar el proceso (final).

Posteriormente, a lo largo del mismo día y fuera del aula, los datos de la observación, del mapa de humor y de las eventuales producciones de los alumnos, se trasladan a una hoja de cálculo, completando y enriqueciendo el contenido.

Una vez que se hayan desarrollado todas las sesiones y recogido los datos correspondientes, es cuando se realiza el análisis de la idoneidad didáctica, basándonos en los indicadores definidos en el marco teórico. Esto permite identificar con facilidad HDS para cada una de las facetas en el registro de observación, mediante un análisis de contenido cualitativo.

EJERCICIO (PÁGINA/NÚMERO)		279 (4)			279 (5)			19 (6-cha)		
FECHA		3/5			3/5					
¿CÓMO ME HA IDO?		BIEN	ASÍ ASÍ	MAL	BIEN	ASÍ ASÍ	MAL	BIEN	ASÍ ASÍ	MAL
		PRINCIPIO	DURANTE	FINAL	PRINCIPIO	DURANTE	FINAL	PRINCIPIO	DURANTE	FINAL
	CURIOSIDAD				X					
	DESCONCIERTO									
	ABURRIMIENTO									
	PRISA									
	BLOQUEADO									
	COME LA CABEZA									
	DESPERACIÓN									
	ANIMADO				X					
	CONFIANZA					X				
	GENIAL									
	DIVERSIÓN									
	GUSTO						X			
	INDIFERENCIA									
	TRANQUILIDAD									

Figura 1. Ficha de recogida de datos emocionales, basada en el mapa de humor de los problemas

En las transcripciones se ha empleado el código “Sxx.y”, donde “xx” indica la sesión e “y” la unidad temporal (no natural, pero correlativa), correspondientes a fragmentos del diario de observaciones del profesor-investigador. De ahí, que se emplee la primera persona en dichos extractos. A continuación, se describe la trayectoria didáctica implementada, con énfasis en la dimensión afectiva y su relación con el resto de facetas.

## 4. RESULTADOS. DESCRIPCIÓN DE LA TRAYECTORIA DIDÁCTICA

Teniendo en cuenta el marco curricular vigente, que establece 3 sesiones de clase lectivas a la semana para 3º de ESO, la unidad didáctica se planificó para 6 sesiones de aula de 50 minutos, siendo los contenidos a tratar los que se muestran en la Tabla 2.

Tabla 2

*Contenidos planificados para cada sesión.*

Sesión	Contenidos
1	Experiencias aleatorias. Sucesos y espacio muestral.
2	Significado frecuencial.
3	Cálculo de probabilidades mediante la regla de Laplace.
4	Diagramas de árbol sencillos. Utilización de la probabilidad para tomar decisiones fundamentadas en diferentes contextos.
5	Permutaciones, factorial de un número.
6	Prueba escrita (90 % de la calificación final, correspondiendo el otro 10 % a actitud en clase y trabajo).

La trayectoria didáctica se extendió durante 10 sesiones, debido a diversos factores, varios de los cuales quedan de manifiesto en la siguiente descripción de los HDS.

### 4.1. Sesión inicial

En lugar de plantear una prueba inicial escrita, ya que se realizó una de carácter general a principio de curso, en la primera sesión se plantearon dos experiencias que permitían observar conocimientos previos y posibles sesgos de razonamiento y creencias erróneas:

HDS<sub>1</sub>: Planteamiento de una situación-problema. Disposiciones aleatorias de objetos sobre la mesa.

[S01.1] Introduzco la primera de las actividades, que incide en la distinción entre fenómenos aleatorios y deterministas. Consiste en cortar 20 papelitos más o menos iguales. Una vez que se tienen, se indica a los alumnos que las coloquen aleatoriamente, al azar, sobre la mesa.

HDS<sub>2</sub>: Planteamiento de una situación-problema. Lanzamientos de monedas.

[S01.5] “Ahora vamos a colocarnos por parejas, para realizar 20 lanzamientos de dos monedas. Uno las lanza mientras el compañero anota lo que sale (CC, CX, XX)”.

La introducción de situaciones-problema a lo largo de la unidad define el eje de la secuencia didáctica, mediante la articulación de sucesivas configuraciones epistémicas. En este caso, los HDS 1 y 2 permiten que el alumnado confronte sus creencias en torno al azar, en un clima que favorece -a priori- actitudes y emociones positivas, como la curiosidad.

El HDS<sub>1</sub> da lugar a producciones de los alumnos que, analizadas en conjunto, revelan creencias erróneas sobre secuencias aleatorias, constituyendo a su vez HDS que reflejan la dimensión cognitiva-afectiva. De esta manera, se observó que la mayoría de los alumnos habían colocado los papelitos a intervalos muy regulares, siendo extremo el caso de A12, que lleva a cabo una disposición completamente equiespaciada. Aunque cada disposición individual tiene la misma probabilidad de ocurrencia que cualquier otra, el suceso correspondiente a que dos o más alumnos presenten disposiciones a intervalos regulares es menos probable e indica un sesgo compartido. Únicamente dos alumnos efectuaron una distribución a intervalos no regulares de los papelitos. Es el caso de A11, que se vio forzado a hacerlo rápidamente, porque ya había empleado mucho rato y habían acabado todos sus compañeros.

Después de realizar la experiencia, para mantener la atención de los alumnos fomentando la curiosidad, se proyecta un fragmento extraído del primer capítulo de la serie de televisión Numb3rs (Heuton y Falacci, 2005) (HDS<sub>3</sub>), donde en torno a la mitad del mismo se explica la dificultad de construir una distribución de objetos de forma completamente aleatoria. El carácter no didáctico de este fragmento procede de un medio producido sin una finalidad didáctica, favorece la predisposición positiva de los alumnos para reflexionar en torno a sus creencias.

HDS<sub>3</sub>: Argumentación en torno a una situación-problema. Vídeo donde se explican las características de las agrupaciones aleatorias de objetos.

[S01.3] [...] Proyecto el vídeo del episodio piloto de la serie de televisión Numb3rs, en donde se realiza un experimento similar, con personas, y se explica de forma intuitiva por qué es complicado elegir una disposición al azar.

La segunda de las experiencias (descrita en el HDS<sub>2</sub>) también proporciona indicadores de que los alumnos están llevando a cabo un proceso de revisión de sus creencias, como queda patente en el HDS<sub>4</sub>:

HDS<sub>4</sub>: Interacción dialógica. Análisis intuitivo del lanzamiento de dos monedas.

[S01.5] Pregunto qué creen que va a salir más. El alumno A15 dice que todas por igual, pero luego otros compañeros dicen que no, que CX saldrá más. A15 lo piensa y dice “¡Ah!, claro”, sumándose a la mayoría.

#### 4.2. Sesiones 2 a 5

Las sesiones 2 a 5 comparten características que permiten agruparlas en la síntesis que proporciona este trabajo. A lo largo de este período, se progresa constantemente en los diferentes significados de la probabilidad (Batanero, Henry y Parzysz, 2005). De esta manera, se trata la utilización del lenguaje cotidiano para describir los fenómenos aleatorios y la distinción de fenómenos aleatorios de los deterministas (sesión 2), el significado frecuencial (sesiones 2, 3 y 4) y el significado clásico de la probabilidad (sesiones 3, 4 y 5). Existe cierto solapamiento de significados entre sesiones porque en cada sesión se realiza un recuerdo de lo anterior. Finalmente, otro rasgo en común que presentan estas sesiones es la utilización de experimentos, tanto aleatorios como deterministas, y simulaciones.

Los HDS 5 y 6 son de carácter puramente pedagógico, pero, sin lugar a dudas, afectan de forma negativa al proceso de enseñanza-aprendizaje, obstaculizándolo. Hacen referencia a la pérdida de tiempo lectivo de forma injustificada, debido a dos factores diferentes y que están relacionados con el plano afectivo.

HDS<sub>5</sub>: Pérdida de tiempo lectivo.

[S02.1] Tardan 5 minutos en llegar del recreo. Esta semana se organiza una actividad extraescolar, y los alumnos irán a un colegio de primaria para enseñar papiroflexia y experimentos de ciencias a los niños. Como profesor, organizo la papiroflexia, actividad a la que se han apuntado 10 de los alumnos de mi clase. Me preguntan por detalles de la actividad y estamos un rato debatiendo. Están un poco alterados, termino la discusión diciendo que pondré una encuesta en la plataforma virtual que usamos de forma habitual.

HDS<sub>6</sub>: Ausencia injustificada de gran parte de alumnos y retrasos.

[S03.0] [...] han faltado los alumnos que se han apuntado a dicha actividad extraescolar y los que han decidido quedarse en casa. Llamando por teléfono a las familias de los alumnos que tenían que haber venido, pues soy tutor, me dicen que como iban a ir pocos, para no hacer nada, mejor se quedaban en casa.

[S03.0] Los martes empezamos puntuales, pero aun así tengo que llamarlos para que entren (muchos alumnos salen al pasillo en los intermedios, a pesar de que la normativa interna no lo permite).

Dos de las tres sesiones lectivas tienen su comienzo inmediatamente después del período de recreo. Los alumnos suelen llegar a dichas sesiones con un retraso de entre 5 y 10 minutos, lo que puede indicar una baja implicación en su proceso de aprendizaje.

Además, el HDS<sub>6</sub> refleja que cuando se realizan actividades extraescolares, a las que se han apuntado un número variable de alumnos, un porcentaje no desdeñable del resto decide quedarse en casa. Esta práctica tiene lugar con el consentimiento de las familias. Ello contribuye a reafirmar un sistema de creencias en el que se diluye parte de la autoridad del profesor. En relación a esto último, se ha observado que muchos alumnos acuden a clases de refuerzo, donde adelantan tareas o realizan los deberes.

Por otro lado, las situaciones, experiencias y simulaciones que se llevan a cabo en estas sesiones permiten avanzar en el aprendizaje utilizando las creencias previas como punto de partida, como se muestra en el HDS<sub>7</sub>:

HDS<sub>7</sub>: Significado intuitivo con términos informales. Distinción de fenómenos aleatorios de deterministas.

[S02.4] [...] Aprovecho para preguntar si predecir el tiempo que hará mañana es aleatorio o determinista. A9 dice: “No, no lo puedes saber con seguridad, es incierto.”

El HDS<sub>8</sub> hace clara referencia a la faceta interaccional. Desde el punto de vista afectivo, resulta relevante el contemplar diferentes modos de interacción alrededor de los objetos matemáticos puestos en juego (a nivel individual, en grupo o a través de la plataforma virtual), puesto que cada alumno muestra unas actitudes u otras hacia el estudio dependiendo de sus creencias acerca del valor de estas interacciones:

HDS<sub>8</sub>: Diversos modos de interacción a partir de las experiencias.

[S04.3] Les pregunto acerca del experimento del lanzamiento de una moneda dos veces consecutivas, “¿qué porcentaje de CX nos salía en los lanzamientos individuales?”, “¿y en el grupal?”. Aprovechando que hoy sí que está A11, recuerdo la con-

versación en la plataforma virtual, pues no todos los alumnos entran normalmente.

No obstante, la realización de alguna de estas experiencias se ve dificultada por la falta de implicación y responsabilidad en su propio proceso de aprendizaje. A pesar de recordarlo, muchos alumnos se olvidan de traer el material correspondiente y se observan conductas disruptivas que entorpecen el proceso de enseñanza-aprendizaje y que motivarán importantes decisiones del profesor-investigador a partir de la sesión 6, aumentando el carácter transmisivo. El HDS<sub>9</sub> es representativo de esta conducta.

HDS<sub>9</sub>: Alumnos que no hacen las tareas en clase.

[S04.5] Hay alumnos que no están haciendo los problemas.

En la sesión 5, antes de comenzar a trabajar con situaciones con enunciados más complejos, se introduce el mapa de humor de los problemas (HDS<sub>10</sub>). Aparte de permitir hacer una inferencia de lo que está ocurriendo a nivel emocional, durante la resolución de los problemas, proporciona un momento en las sesiones para la regulación emocional.

HDS<sub>10</sub>: Introducción del mapa de humor de los problemas. Atención especial al plano afectivo en el aula.

[S05.2] [...] vamos a hacer las actividades 4 y 5 de la página 279 (Colera et al., 2007), aplicando el mapa de humor de los problemas. Se muestran extrañados cuando les doy las fichas y procedo a explicarlas con calma.

### 4.3. Sesiones 6-9

Ya no se realizan experimentos aleatorios ni simulaciones, tratándose casi exclusivamente el significado clásico de la probabilidad y situaciones que se resuelven mediante diagramas en árbol, utilizándose el mapa de humor de los problemas. Igualmente, se observa una deriva hacia patrones de interacción más guiados, docente-clase, al ser consciente el profesor de que los alumnos no asumían como propia la responsabilidad de dialogar y discutir las soluciones en parejas o pequeños grupos.

HDS<sub>11</sub>: Bloqueo e indiferencia en la resolución de problemas

[S06.3] Algunos alumnos ya han llegado a un ejercicio en el que se atascan, e introduzco los diagramas en árbol, pero varios de ellos intentan hacerlo sin utilizar el diagrama. También, es necesario explicar cómo es una baraja española. Hablan mucho y se dispersan. Mientras trato de que trabajen los que no lo están haciendo, los que sí lo están haciendo me preguntan sobre un ejercicio, indicándoles que el resultado que obtienen puede estar bien, pero que tenemos que ver qué pasa con un diagrama de árbol, para que se haga más evidente el análisis de los diferentes escenarios posibles.

HDS<sub>12</sub>: Bloqueo en la resolución de problemas

[S07.2] Pregunto qué tal los ejercicios de la ficha. A8 y A13 dicen que los han intentado hacer, pero que se han atascado.

Se incluyen situaciones en las que se hace explícita la aplicación del razonamiento probabilístico para la toma de decisiones:

HDS<sub>13</sub>: Problema del presentador del concurso. Toma de decisiones y atención a los intereses de los alumnos.

[S08.3] [...] Vemos un fragmento de la película 21Blackjack (Luketic, 2008). La mitad del grupo ya lo había visto, bien en taller con otra profesora o bien conmigo en una tutoría en la que estaban ausentes gran parte de ellos, pero sin analizarlo. Se trata del problema de Monty Hall. Los que ya lo habían visto saben que hay que cambiar de puerta, pero no saben por qué. Les pido que lo expliquen al resto. La explicación que dan es que la probabilidad de una puerta pasa a la otra ( $1/3+1/3=2/3$ ), que es la que se da en la película.

Resulta interesante constatar que se produce un bloqueo en la resolución de problemas cuando se pasa de utilizar contextos basados en lanzamientos de monedas, dados o extracciones de bolas, a otro tipo de situaciones. De esta forma, muchos alumnos tienen dificultades con el problema al que hace referencia el HDS<sub>14</sub>, en torno a tres componentes del sistema de seguridad de un cohete.

HDS<sub>14</sub>: Bloqueo en la resolución de problemas cuando se cambia el contexto habitual.

[S09.3] Hacemos un problema sobre dos personas que disparan al plato. Resulta interesante porque no es un ejercicio de monedas, ni dados, ni barajas. Tienen dificultades con el diagrama de árbol. Una vez que lo esbozo en la pizarra, sí que saben asignar las probabilidades.

El análisis de los datos emocionales recogidos con el mapa de humor a partir de la quinta sesión, se llevó a cabo con una hoja de cálculo mediante técnicas estadísticas descriptivas. No se dispone de los datos de A3 ni de A4. Los resultados se resumen en la Figura 2.

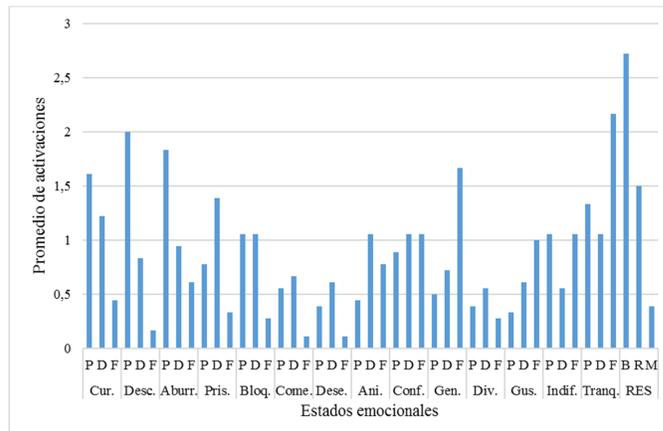


Figura 2. Síntesis de los datos emocionales (en orden de izquierda a derecha; curiosidad, desconcierto, aburrimiento, prisa, bloqueado, come la cabeza, desesperación, animado, confianza, genial, diversión, gusto, indiferencia, tranquilidad) recogidos con el mapa de humor. Además, se indica si esas emociones se manifestaron al principio (P), durante (D) o al final (F) del proceso de resolución. A la derecha, RES señala si la resolución fue bien (B), regular (R) o mal (M).

Se desprende que las emociones que más manifiestan los alumnos en el momento de comenzar la resolución de un problema son las de desconcierto, aburrimiento y tranquilidad. La dicotomía entre los desconcertados y los tranquilos se traduce en una alta correlación con el éxito en la resolución. Esto puede significar que los alumnos que están tranquilos lo están porque saben cómo afrontar el problema, mientras que los desconcertados no tienen dicha certeza.

Es interesante la evolución del bloqueo, pues aparece bastante al principio y durante la realización de la tarea, mientras que al final, algunos alumnos consiguen resolver la situación y cambian de estado.

HDS<sub>15</sub>: Superación del bloqueo en la resolución de una situación-problema. Trayectoria emocional de A1.

[S09.4] Los datos del mapa de humor de A1 al resolver un problema sobre el lanzamiento de naves espaciales, con varios dispositivos de seguridad, cada uno con una probabilidad de fallo, muestra bloqueo al principio y durante, pero tranquilidad al final. La resolución de A1 fue correcta.

#### 4.4. Sesión final (prueba escrita)

La prueba escrita fue la misma para todos los alumnos; aunque a A3, debido a sus dificultades con el idioma, se le orientó para que realizara un diagrama de árbol, evitando preguntas que requerían argumentaciones más sofisticadas. Se incluyeron 5 cuestiones, y según la categorización de Green (1982), se dedicó un 10 % de la puntuación al razonamiento combinatorio, un 20 % al razonamiento verbal, y un 70 % al razonamiento probabilístico.

Las respuestas del alumnado a las cuestiones de la prueba escrita constituyen en sí mismas un indicador de comprensión de los conceptos y demás objetos matemáticos puestos en juego a lo largo de la trayectoria didáctica. En una sesión posterior a la realización, la prueba, ya corregida, se entrega a los alumnos comentando brevemente los errores más comunes. Un primer análisis estadístico sencillo de las calificaciones, revela que aprobaron solamente 5 alumnos, lo que representa el 27,8 % del total. La calificación media es de 3,91 puntos sobre 10, siendo la desviación estándar de 1,83, lo que indica que los datos están bastante agrupados en torno a ese valor medio. De hecho, apenas hay valores extremos, pues la nota más alta es un 7,25 (A12) y las notas más bajas son los 1,00 obtenidos por A3 y A18.

La Figura 3 muestra el grado de éxito medio por alumno en las diferentes cuestiones de la prueba. El mejor índice de desempeño se encuentra en la primera cuestión, puramente argumentativa, en torno a la distinción de fenómenos aleatorios de deterministas. Prácticamente, la totalidad del alumnado respondió satisfactoriamente, salvo aquellos que no incluyeron razonamiento alguno. La descripción de un espacio muestral sencillo, en la segunda cuestión, tampoco resultó difícil, con la excepción de algún alumno (A16), que confundió la cardinalidad del conjunto con la descripción del mismo. En cambio, muy pocos alumnos fueron capaces de inventar sucesos compuestos, como “sacar número par”.

Tanto la tercera pregunta como la cuarta tenían como propósito evaluar la capacidad de

describir un fenómeno aleatorio, mediante un diagrama de árbol (obligatorio en la tercera) y calcular la probabilidad de algunos sucesos. Los errores observados son diversos. Por ejemplo, A1 realiza bien el árbol y enumera todos los casos posibles en la tercera cuestión (bolas en una urna), pero observa que son 9 casos posibles y decide que cada uno tiene una probabilidad de  $1/9$ , lo que es un indicador del sesgo de equiprobabilidad. De forma no consistente con dicho sesgo, en la cuarta cuestión, donde los datos sobre la composición del espacio muestral se dan en porcentajes, A1 intenta realizar una asignación no equiprobable, pero se confunde con las operaciones.

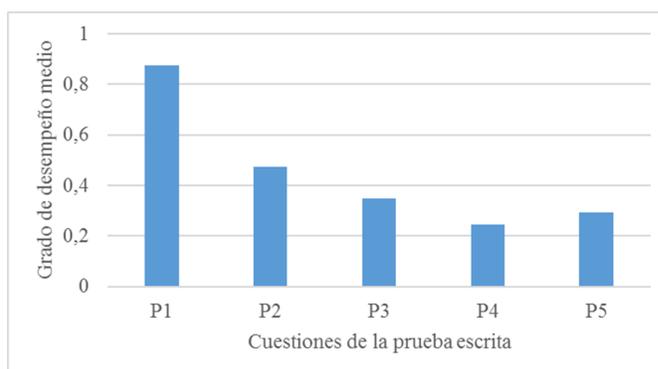


Figura 3. Grado de desempeño medio en las diferentes preguntas (P1, P2, P3, P4 y P5) de la prueba escrita.

Más interesante fue la última cuestión, donde se plantea el lanzamiento de una moneda (50 veces primero, y 1000 veces después, con frecuencias de  $37/50$  y  $709/1000$ ) y se pregunta por la moneda y sobre si se puede decir algo acerca de la probabilidad de obtener cara. Las argumentaciones ofrecidas por los alumnos, que habían de articularse en torno a la frecuencia relativa, son de lo más variado. Solamente A10 ofreció un argumento completo, mientras que lo habitual fue no distinguir entre frecuencia relativa y probabilidad.

## 5. DISCUSIÓN. VALORACIÓN DE LA IDONEIDAD AFECTIVA.

La discusión de la trayectoria didáctica se traduce en una valoración de la idoneidad de la secuencia, tomando como guía los indicadores de la Tabla 1, que desemboca en la identificación de propuestas de mejora para sucesivas implementaciones.

### 5.1. Intereses y necesidades

La mayoría de las situaciones que se plantean en las tareas son las típicas de la probabilidad; esto es, lanzamientos de monedas y dados, extracciones de bolas en urnas opacas, etc. A pesar de no haberse realizado un estudio en profundidad en torno a los intereses y necesidades específicas que pueda tener el grupo de alumnos, sí que se trabaja la importancia del razonamiento probabilístico para la toma de decisiones. Así, el HDS14 ilustra la potencia de este tipo de argumentaciones, en el contexto de concursos de televisión.

Salvo en las primeras sesiones (HDS1 y HDS2) no se observa que las actividades tengan interés para el grupo. Por lo tanto, aunque a priori la idoneidad afectiva en este sentido era alta, en la experimentación se ha mostrado baja, ya que, con el devenir de las sesiones, los HDS indican que hay muchos alumnos que no hacen las tareas en el tiempo de clase y que la interrupción y los retrasos disminuyen el tiempo lectivo disponible.

### 5.2. Emociones

Con la utilización del mapa de humor de los problemas se está reservando un momento específico para la reflexión emocional. Mediante los mapas se proporciona una base donde manifestar aspectos afectivos que, de otra manera, pasarían completamente desapercibidos, cuando la realidad es que su importancia es máxima en el momento de asumir las tareas y poner en marcha estrategias de resolución de problemas.

El análisis de los datos proporciona una inferencia débil de lo que ocurre a nivel emocional. En cambio, es una herramienta que se integra perfectamente en el desarrollo de las clases y un estudio específico requeriría otras fuentes de datos, como entrevistas en profundidad.

Se han identificado trayectorias emocionales idóneas, que inciden de forma positiva en la autoestima. Ejemplo de ello es la superación de emociones como bloqueo o desesperación mediante la puesta en práctica de las estrategias de resolución vistas en clase y la asimilación progresiva de los conceptos.

Además, los experimentos aleatorios y simulaciones realizadas, sobre todo en las primeras sesiones, propiciaron interacciones en un ambiente distendido, donde cada alumno pudo expresar sus argumentos, tratando de evitar el rechazo o la fobia hacia las matemáticas. Sin embargo, los HDS muestran que no pudo continuarse el mismo modo de trabajo con las situaciones-problema planteadas a partir de enunciados, lo que incide de forma negativa

en este aspecto de la idoneidad afectiva.

Finalmente, atendiendo a los indicadores de la Tabla 1, se ha de constatar si se resaltaron las cualidades de estética y precisión de las matemáticas. A lo largo del curso, fue habitual que los alumnos preguntaran acerca de la utilidad de los contenidos, a pesar de que a la hora de matricularse optaran por la asignatura de Matemáticas Académicas, orientadas a la realización de estudios superiores. Sin embargo, esta pregunta no surgió en la secuencia didáctica de probabilidad, al menos en las discusiones de clase. No se indagó en las causas reales, pudiendo deberse tanto a una posible motivación intrínseca hacia el tema como a la orientación de alguna de las situaciones hacia la toma de decisiones razonadas, habilidad cuya utilidad es patente.

### 5.3. Actitudes

Como se ha señalado, las trayectorias emocionales inferidas a partir de los mapas de humor de los problemas, muestran una tendencia a mostrar estados de superación hacia las sesiones finales de la secuencia didáctica. Se trata de un fenómeno deseable, puesto que la ejercitación de los conceptos y procedimientos de la unidad proporciona a los alumnos una mayor confianza para afrontar situaciones diversas.

La persistencia de estados de indiferencia o de disrupción incide de forma muy negativa sobre la faceta afectiva. No se ha conseguido favorecer actitudes como la autonomía y la responsabilidad, lo que sitúa finalmente este componente en un nivel de idoneidad bajo.

### 5.4. Creencias

Las creencias del alumnado acerca de los fenómenos aleatorios constituyen uno de los pilares del diseño de la secuencia didáctica, encontrándose HDS (como los referidos al mapa de humor de los problemas) en la implementación que muestran que se han tenido en cuenta como punto de partida para la negociación de significados.

Sin embargo, se detectan otros hechos que influyen de forma directa en la implementación, repercutiendo en la faceta mediacional y ecológica. Así, los HDS observados sugieren que se relativiza la importancia de acudir al instituto. Cada vez que hay actividades extraescolares y, por ese motivo (justificado) faltan unos pocos alumnos, ocurre que otros 5 o 6 prefieren quedarse en casa (injustificado), de forma consentida por las familias. Igualmente, a lo lar-

go del curso se ha constatado la ausencia sin justificación de alumnos en lunes en varias ocasiones. Se trata de que, tanto familias como alumnos, parecen haber interiorizado un sistema de creencias en torno a las funciones del centro educativo que juega en contra de la planificación y los objetivos establecidos tanto por la normativa como por los docentes.

En la misma línea, ya se ha comentado que varios alumnos acuden a clases de refuerzo con profesor particular o en academias. Es algo que se ha comentado con otros docentes del centro y que forma parte de ese sistema de creencias, que repercute en una baja idoneidad.

## 6. CONCLUSIONES

En la discusión de resultados, gracias a la aplicación de los indicadores de idoneidad, se ha valorado la idoneidad afectiva de la experimentación del proceso de estudio considerado como baja o media. A partir de esta valoración, se aborda el objetivo inicial de mostrar su utilidad para guiar la reflexión docente y su utilidad para identificar mejoras y explicar los fenómenos que han tenido lugar. Se trata de fomentar en el profesorado una actitud y una práctica capaz de generar nuevo conocimiento didáctico y profesional (Medina, Domínguez y Sánchez, 2011).

El bajo interés mostrado en la realización de la mayoría de las tareas propuestas en clase puede ser debido al excesivo peso de la prueba escrita en la calificación final (90 %). El alumnado presta atención, por lo tanto, a las situaciones que supone que se le plantearán en dicha prueba, además de esperar prepararla -en muchos casos- fuera del centro educativo, en las clases de refuerzo. Diversos autores (Colomina, Onrubia y Naranjo, 2000; Turpo, 2016) ya han señalado que las programaciones didácticas suelen priorizar en exceso las pruebas escritas frente a otros instrumentos de evaluación. Por lo tanto, para evitar el desfase que se produce por las tareas de clase, una mejora pasa por reducir el peso de esa prueba, introduciendo otros instrumentos de evaluación, como la observación sistemática del trabajo en clase, el establecimiento de objetivos por sesión, la revisión del portafolio, etc.

Las propuestas de actuación sobre las creencias deberían ser contempladas a nivel de centro, implicando a todos los agentes de la comunidad educativa. El primer paso debería consistir en la realización de un estudio cualitativo en profundidad que indagase en los sistemas de creencias de alumnos, familias y docentes hacia las matemáticas y la enseñanza. Este trabajo constituye un ejemplo de aplicación de los indicadores de la idoneidad afectiva.

tiva, promoviendo un proceso de reflexión guiada por parte del profesor, que puede ser compartido en un marco común con otros docentes. Los hechos didácticos observados en el registro de observación, junto con los datos de los mapas de humor, proporcionan la información suficiente para valorar estos indicadores en el transcurso de las sesiones.

De igual forma, se han identificado aspectos propios de otras facetas que inciden de forma significativa en la dimensión afectiva. Así, la pérdida injustificada de tiempo lectivo ocasionó una deriva hacia modelos de enseñanza puramente transmisivos que pueden desembocar en un desapego por el proceso de aprendizaje.

## 7. RECONOCIMIENTO

Trabajo realizado en el marco de los proyectos de investigación EDU2012-31869 y EDU2013-41141-P, Ministerio de Economía y Competitividad (MINECO, España). Igualmente, los autores agradecen el apoyo del grupo «S119-Investigación en Educación Matemática» financiado por el Gobierno de Aragón y el Fondo Social Europeo.

## 8. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Batanero, C., Arteaga, P. y Gea, M. (2011). El currículo de estadística: Reflexiones desde una perspectiva internacional. *UNO*, 59, 9-17.
- Batanero, C., Henry, M. y Parzys, B. (2005). The nature of chance and probability. En Graham A. Jones (Ed.), *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning*, 16-42. Kluwer Academic Publishers.
- Beltrán-Pellicer, P. (2015). *Series y largometrajes como recurso didáctico en matemáticas en educación secundaria*. Tesis doctoral. UNED.
- Blanco, L. (1992). Aproximación al conocimiento práctico personal de los profesores de Matemáticas de EGB. *Enseñanza de las Ciencias*, 10(2), 195-200.
- Blanco, L., Guerrero, E. y Caballero, A. (2013). Cognition and affect in mathematics problem solving with prospective teachers. *Mathematics Enthusiast*, 10(1/2), 335-364.
- Callejo, M. L. y Vila, A. (2003). Origen y formación de creencias sobre la resolución de problemas. *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana*, X(2), 173-194.
- Cárdenas, J. A., Blanco, L. J., Gómez del Amo, R. y Álvarez, M. R. (2013). Resolución de problemas de matemáticas y evaluación: aspectos afectivos y cognitivos. En A. Berciano, G. Gutiérrez, A. Estepa y N. Climent (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVII*(pp. 219-228). Bilbao: SEIEM
- Colera, J., García, R., Gaztelu, I. y Oliveira, M. J. (2007). *Matemáticas 3º ESO*. (C. Vallejo y C. de la Prida, Eds.). Madrid: Anaya.
- Colomina, R., Onrubia, J., y Naranjo, M. (2000). Las pruebas escritas y la evaluación del aprendizaje Matemático en la educación obligatoria. *Revista Electrónica Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 3(2), 1-15.
- Escudero, J. M. (2009). Buenas prácticas y programas extraordinarios de atención al alumnado en riesgo de exclusión educativa. *Profesorado: Revista de Currículum y Formación del Profesorado*, 13(3), 107-141.
- Gil, N., Blanco, L. y Guerrero, E. (2005). El dominio afectivo en el aprendizaje de las Matemáticas. Una revisión de sus descriptores básicos. Unión: *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 2, 15-32.
- Godino, J. D. (2013). Indicadores de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 8(11), 111-132. Godino, J. D. y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14(3), 325-355.
- Godino, J. D., Batanero, C. y Cañizares, M. J. (1988). *Azar y probabilidad: Fundamentos didácticos y propuestas curriculares*. Madrid: Síntesis.

- Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2007). Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education*, 39(1-2), 127-135.
- Godino, J. D., Bencomo, D., Font, V. y Wilhelmi, M. R. (2006) Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. *Paradigma*, 27(2), 221-252.
- Godino, J. D., Rivas, H., Arteaga, P., Lasa, A., y Wilhelmi, M. R. (2014). Ingeniería didáctica basada en el enfoque ontológico-semiótico del conocimiento y de la instrucción matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 34(2/3), 167-200.
- Gómez-Chacón, I. M. (2000a). *Matemática emocional: los afectos en el aprendizaje matemático*. Madrid: Narcea de Ediciones.
- Gómez-Chacón, I. M. (2000b). Affective influences in the knowledge of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 43(2), 149-168.
- Green, D. R. (1982). *Probability concepts in 11-16 year old pupils*. Report of research sponsored by the Social Science Research Council. Loughborough: CAMET, University of Technology.
- Hannula, M. S., Gómez-Chacón, I., Philippou, G. y Schölglmann, W. (2005). Affect and mathematical thinking. Role of beliefs, emotions and other affective factors. *Proceedings of the Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (Vol. 4, pp. 163-284). San Feliu de Guíxols: FUNDEMI IQS - Universitat Ramon Llull.
- Heuton, C. y Falacci, N. (2005). *Numb3rs*. Estados Unidos: The Barry Schindel Company.
- Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, M. P. (2010). *Metodología de la investigación*. México: McGraw-Hill.
- Kelly, A. E., Lesh, R. A. y Baek, J. Y. (2008). *Handbook of design research in methods in education*. Nueva York: Routledge.
- Leder, G. C., Pehkonen, E. y Törner, G. (Eds.). (2006). *Beliefs: A hidden variable in mathematics education?* (Vol. 31). Springer Science & Business Media.
- Luketic, R. (2008). *21 Blackjack*. Estados Unidos: Columbia Pictures. McLeod, D. (1988). Affective issues in mathematical problem solving: Some theoretical considerations. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19(2), 134-141.
- Medina, A., Domínguez, M. C. y Sánchez, C. (2011). La innovación en el aula: referente para el diseño y desarrollo curricular. *Perspectiva Educativa*, 50(1), 61-86.
- Rivas, H., y Godino, J. D. (2015). Hechos didácticos significativos en el estudio de nociones probabilísticas por futuros maestros. Análisis de una experiencia formativa. En J. M. Contreras, C. Batanero, J. D. Godino, G. R. Cañadas, P. Arteaga, E. Molina, M. M., Gea, & M. M., López (Eds.), *Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria* (Vol. 2, pp. 339-346). Granada.

Turpo, O. (2016). Concepciones y prácticas evaluativas de los docentes del área curricular de ciencias en las instituciones de enseñanza públicas de educación secundaria. *Revista Iberoamericana de Evaluación Educativa*, 4(2), 213-233.